1. Bei einem Sturm ist ein Baum in einer Höhe von 5 Metern abgeknickt. Die Spitze des Baums berührt 15 Meter vom Stamm entfernt den Boden. Wie lang war der Baum ursprünglich?
2. Ein Sturm hat einen 50 Meter hohen Baum in 3,50 Meter Höhe abgeknickt. In welcher Entfernung berührt die (ehemalige) Baumspitze den Boden?
3. Eine viel befahrene Straße kann umfahren werden. Wenn man statt der Straße zu folgen einen Umweg nimmt, fährt man wie folgt: Erst 3000 Meter geradeaus fahren, dann senkrecht nach links abbiegen und weitere 500 Meter fahren. Wie viel Prozent länger als die ursprüngliche Strecke ist der Umweg? Berechnen Sie dazu zuerst die Länge der ursprünglichen Strecke.
4. Passt eine Tischplatte von 2,20 Meter * 5 Meter durch eine Tür, die 2 Meter hoch und 0,80 Meter breit ist? Berechnen Sie die maximale Breite der Tischplatte, die durch diese Tür passt. Fertigen Sie als erstes eine Skizze an.
5. Bei einer Stehleiter mit Holmen von 3 Meter Länge sind die Fußpunkte 80 cm auseinander (vgl. Abbildung 1). Wie hoch ist der oberste Punkt der Leiter über dem Boden?

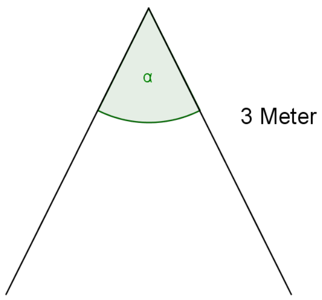

Abbildung 1: Eine Stehleiter

6. Aus einer kreisrunden Holzscheibe mit 1 Meter Durchmesser soll ein Quadrat mit möglichst großem Flächeninhalt ausgeschnitten werden. Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrats.
7. Ein Kanal hat die Form eines Trapezes. Abbildung 3 zeigt ein solches Trapez. Die Fläche eines Trapezes berechnet man mit $\frac{a+c}{2} * h$. Dabei sind a und c die beiden parallelen Seite und h die Höhe, also die Verbindung zwischen diesen beiden Seiten. Der Kanal als ganzes ist ein Prisma. Dessen Volumen berechnen wir mit der Formel $V = G * h_h$, also Grundfläche - in diesem Fall das Trapez - multipliziert mit der Körperhöhe - in diesem Fall die Länge des Kanals. Dabei müssen wir darauf achten, gleiche Einheiten zu verwenden, also beispielsweise alles in Metern zu rechnen.
   a) Die Grundseite des Kanals a ist 10 Meter lang. Der Kanal ist symmetrisch ($b = d = 5$ Meter) und 2,50 Meter hoch. Wie viel Liter Wasser passen in

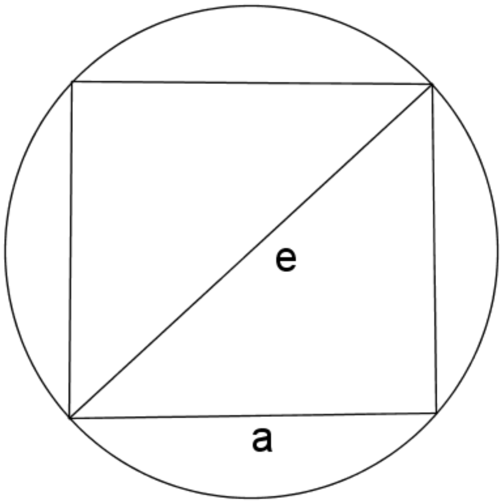

Abbildung 2: Ein Kreis mit eingeschriebenem Quadrat

ein 1 Kilometer langes Stück des Kanals? Berechnen Sie zuerst die Länge c. Überlegen Sie, wo Sie rechtwinklige Dreiecke im Trapez finden.

b) Der Kanal ist am Grund 10 Meter breit und an der Oberfläche 15 Meter. Erneut sind die beiden Seitenkanten b und d 5 Meter lang. Wie viele Liter Wasser passen in ein 1 Kilometer langes Stück des Kanals? Berechnen Sie zuerst die Höhe des Kanals.

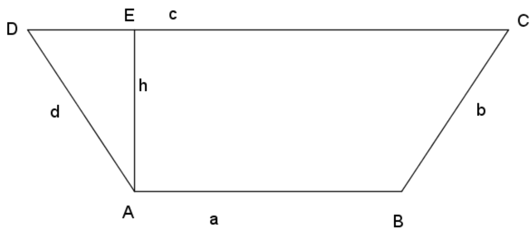

Abbildung 3: Ein Trapez

Lösungen: 0,71; 15,05; 54.125.000; 2,97; 2,15; 20,81; 46,37; 35.825.000

1. Wir suchen die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks mit den beiden Katheten 5 Meter und 15 Meter. Es ist $a = \sqrt{5^2 + 15^2} \approx 15,81$. Der Baum ist 15,81 Meter + 5 Meter = 20,81 Meter hoch gewesen.
2. Wir suchen die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse 46,50 Meter (50 Meter - 3,50 Meter) ud 3,50 Meter: $a = \sqrt{46,50^2 - 3,5^2} \approx 46,37$ Meter.
3. Die ursprüngliche Strecke können wir ausrechnen, indem wir die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ausrechnen ($l = \sqrt{3000^2 + 500^2} \approx 3041,38$. Diese Strecke ist somit 458,62 Meter kürzer als der Umweg. Dies sind $\frac{458,62}{3041,38} \approx 0,1508 \approx 15,08$%.
4. Die Diagonale der Tür ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten 2 Meter und 0,80 Meter. Sie ist damit $d = \sqrt{2^2 + 0,80^2} \approx 2,15$ Meter. Die Tischplatte darf höchstens 2,15 Meter breit sein. Die gegebene Tischplatte passt nicht.
5. Vor der Rechnung müssen wir noch die Höhe des Dreiecks einzeichnen. Gesucht ist diese Höhe; sie ist eine Kathete des Dreiecks mit der Hypotenuse von 3 Metern Länge und der anderen Kathete mit 0,40 Metern Länge. Es ist $h = \sqrt{3^2 - 0,4^2} \approx 2,97$ Meter.
6. Der Durchmesser des Kreises ist die Diagonale des Quadrats. Für eines der beiden Dreiecke, die durch die Diagonale in dem Quadrat entstehen, ist die Diagonale die Hypotenuse und die beiden gleich langen Seiten des Quadrats sind die Katheten. Es gilt $e^2 a^2 + a^2 = 2a^2$. Also ist $a^2 = {}^1\!/_2$ und somit $a = \sqrt{{}^1\!/_2}$. nach Einsetzen ergibt sich $a \approx 0,71$
7. Kanal
   a) Zuerst berechnen wir die Länge c. Dazu bestimmen wir die Länge der Strecke DE. Die beiden Punkte D, E bilden zusammen mit A ein rechtwinkliges Dreieck, in dem wir eine Kathete suchen. Es ist $\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 2,5^2} \approx 4,33$ Meter. Da die Strecke c genau zweimal um dieses Stück länger ist als die Strecke a gilt $c = 10 + 2 * 4,33 = 18,66$ Meter. Als Volumen ergibt sich dann $V = \frac{10+18,66}{2} * 2,50 * 1000 = 35.825$ m^3. Dies sind 35.825.000 Liter.
   b) Mit den beiden Angaben wissen wir, das die Strecke DE 2,50 Meter lang ist. Somit können wir in dem rechtwinkligen Dreieck ADE die Höhe h als Kathete ausrechnen. Es ergibt sich - wie gerade - 4,33 Meter, allerdings für die Höhe. Das Volumen des Kanals ist damit $V = \frac{10+15}{2} * 4,33 * 1000 = 54.125$ m^3. Dies sind 54.125.000 Liter.