

Lineare Gleichungen 6

Stellen Sie eine Gleichung auf und lösen Sie diese

1. Herr Meier hat 5.000 €, er spart jeden Monat 750 €. Wann kann er sich ein neues Auto für 16.500 € kaufen?
2. Ein Baum wird mit einer Höhe von 30 cm ausgepflanzt. Er wächst jedes Jahr um 50 cm. Wann erreicht er eine Höhe von 18 Metern?
3. In einem Schwimmbecken befinden sich 2.000.000 Liter Wasser. Pro Stunde werden 25.000 Liter abgepumpt. Wann ist das Becken leer?
4. Ein Radfahrer macht eine Fahrradtour. Am ersten Tag fährt er $\frac{1}{4}$ der Strecke und 20 km. Am zweiten Tage fährt er $\frac{1}{5}$ der Strecke und 30 km. Er fährt an beiden Tagen eine gleich lange Strecke. Wie lang ist die Gesamtstrecke?
5. Ein Teilstück einer Autobahn ist 390 km lang. Die Strecke, die auf geraden Strecken zurückgelegt werden kann, ist 5 Mal so lang wie die Strecke, die in Kurven gefahren wird und 10 Mal so lang wie die Strecke, die auf Brücken gefahren wird. Wie lang ist die Strecke, die auf Brücken gefahren wird? Wie viele Kilometer werden in Kurven und wie viele Kilometer auf geraden Strecken gefahren?
6. Von einem Lottogewinn bekommt Spieler A 70.000 €. Spieler B bekommt ein Drittel der Summe und Spieler C ein Fünftel. Wie hoch war der Gewinn und wie viel Geld bekommt jeder Einzelne?
7. Eine Summe von 2.500 € soll unter 3 Personen so verteilt werden, dass Person A doppelt so viel wie Person B bekommt. Person B wiederum soll 100 € mehr bekommen als Person B. Wie viel Geld bekommt bekommt jede der Personen?
8. Bei einem Rechteck ist eine Seite drei Mal so lang wie die andere. Der Umfang beträgt 48 cm. Wie lang sind die Seiten?
9. Bei einem Dreieck ist eine Seite 2 cm länger als die andere und doppelt so lang wie die dritte. Der Umfang beträgt 23 cm. Wie lang sind die Seiten?
10. Wird die eine Seite eines Quadrates um 3 cm verlängert und die andere Seite um 2 cm verkürzt, dann steigt die Fläche um 4 cm^2 . Wie groß war das Quadrat ursprünglich?

Lineare Gleichungen 6

1. Die Anzahl der Monate ist x . Dann ist

$$\begin{aligned} 5.000 \text{ €} + 750 \text{ €} * x &= 16.500 & | - 5.000 \text{ €} \\ \Leftrightarrow 750 \text{ €} * x &= 11.500 \text{ €} & | : 750 \text{ €} \\ \Leftrightarrow x &= 15,\bar{3} \end{aligned}$$

Herr Meier benötigt etwas mehr als 15 Monate, um sein Sparziel zu erreichen.

2. Die Anzahl der Jahre, die der Baum wächst, ist x . Es ist

$$\begin{aligned} 0,3 \text{ m} + 0,50 \text{ m} * x &= 18 & | - 0,3 \text{ m} \\ \Leftrightarrow 0,5 \text{ m} * x &= 17,70 \text{ m} & | : 0,50 \text{ m} \\ \Leftrightarrow x &= 35,4 \end{aligned}$$

Der Baum muss etwas mehr als 15 Jahre wachsen.

3. Die Anzahl der Stunden ist x . Es ist

$$\begin{aligned} 20.000.000l - 25.000l * x &= 0 & | - 2.000.000l \\ \Leftrightarrow -25.000l * x &= -2.000.000 & | : (-25.000) \\ \Leftrightarrow x &= 80 \end{aligned}$$

Das Becken ist nach 80 Stunden leer.

4. Die Gesamtstrecke, die der Fahrradfahrer zurück legt, ist x . Es gilt

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x + 20 \text{ km} &= \frac{1}{5}x + 30 \text{ km} & | - 30 \text{ km} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4}x - 10 \text{ km} &= \frac{1}{5}x & | - \frac{1}{4}x \\ \Leftrightarrow -10 \text{ km} &= -\frac{1}{20}x & | * (-20) \\ \Leftrightarrow x &= 200 \text{ km} \end{aligned}$$

Die Gesamtstrecke ist 200 km lang.

5. Die Strecke, die auf Brücken gefahren wird ist x^1 . Dann ist die Strecke durch Kurven $2x$ und die geraden Strecken sind $10x$. Es ist

$$\begin{aligned} x + 2x + 10x &= 390 \text{ km} \\ \Leftrightarrow 13x &= 390 \text{ km} & | : 13 \\ \Leftrightarrow x &= 30 \text{ km} \end{aligned}$$

Auf Brücken werden 30 Kilometer gefahren, in Kurven 60 Kilometer und auf geraden Strecken 300 Kilometer.

¹Ich wähle dies als Variable, weil es die kürzeste Strecke ist.

Lineare Gleichungen 6

6. Der gesamte Gewinn ist x . Es ist also

$$\begin{aligned} 70.000 \text{ €} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x &= -x \\ \Leftrightarrow 70.000 \text{ €} + \frac{8}{15}x &= x && | -\frac{8}{15}x \\ \Leftrightarrow 70.000 \text{ €} &= \frac{7}{15}x && | : \frac{7}{15} \\ \Leftrightarrow x &= 150.000 \end{aligned}$$

Der Gesamtgewinn beträgt 150.000 €, A bekommt 70.000 €, B bekommt 50.000 € und C bekommt 30.000 €

7. Der Betrag, den Person B bekommt, ist x . Somit bekommt Person A $2x$ und Person C erhält $x + 100$. Es ist

$$\begin{aligned} 2x + x + x + 100 \text{ €} &= 2.500 \text{ €} \\ \Leftrightarrow 4x + 100 \text{ €} &= 2.500 \text{ €} && | - 100 \text{ €} \\ \Leftrightarrow 4x &= 2.400 \text{ €} && | : 4 \\ \Leftrightarrow x &= 600 \text{ €} \end{aligned}$$

A bekommt 1.200 €, B erhält 600 € und C 700 €.

8. Die Formel für den Umfang eines Rechtecks ist $u = 2a + 2b^2$. Zudem soll eine Seite drei Mal so lang sein wie die andere, also beispielsweise $a=3b$. Es ist

$$\begin{aligned} 2 * 3b + 2b &= 48 \text{ cm} \\ \Leftrightarrow 8b &= 48 \text{ cm} && | : 8 \\ \Leftrightarrow b &= 6 \text{ cm} \\ a &= 3b = 18 \text{ cm} \end{aligned}$$

Damit ist die eine Seite 8 cm lang und die andere 18.

9. Die erste Seite hat eine Länge von $2x$, damit hat die dritte Seite eine Länge von x .³ Die zweite Seite ist dann $2x - 2$ cm. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} x + 2x + 2x - 2 \text{ cm} &= 23 \text{ cm} \\ \Leftrightarrow 5x - 2 \text{ cm} &= 23 \text{ cm} && | + 2 \text{ cm} \\ \Leftrightarrow 5x &= 25 \text{ cm} && | : 5 \\ \Leftrightarrow x &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Somit ist eine Seite 5 cm lang, die andere 10 cm und die dritte 8 cm.

²Ob die Variablen x und y oder a und b heißen, ist egal.

³Wir hätten auch x für die Länge der ersten Seite wählen können; dann wäre die dritte Seite $\frac{1}{2}x$ lang gewesen. Die Rechnung führt nachher zum selben Ergebnis, aber wer rechnet schon gerne mit Brüchen, wenn sich das vermeiden lässt?

Lineare Gleichungen 6

10. Die Fläche eines Quadrates ist $a = a^2 = a * a$. Die eine Seite wird um 3 cm auf $a + 3$ cm. Die andere auf $a - 2$ cm verkürzt. Damit die alte Fläche a^2 und die neue Fläche $(a + 3 \text{ cm})(a - 2 \text{ cm})$ gleich groß sind, müssen zu der neuen Flächen noch 4 cm^2 subtrahiert werden, also

$$\begin{aligned} & (a + 3 \text{ cm})(a - 2 \text{ cm}) - 4 \text{ cm}^2 = a^2 \\ \Leftrightarrow & a^2 + 3a \text{ cm} - 2a \text{ cm} - 6 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = a^2 && | - a^2 \\ \Leftrightarrow & a \text{ cm} - 10 \text{ cm}^2 = 0 && | + 10 \text{ cm} \\ \Leftrightarrow & a \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2 && | : \text{ cm} \\ \Leftrightarrow & a = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Das Quadrat hatte eine Seitenlänge von 10 cm. Das neue Rechteck hat Seitenlängen von 13 cm und 8 cm und damit eine Fläche von 104 cm^2 .