

Übung zur Zinseszinsrechnung 2

1. Herr Meier legt 2.500 € für zu 5% Zinsen p.a.¹⁾ an. Wie viel bekommt er insgesamt nach 3 Jahren? Wie viele Zinsen erhält er?
2. Herr Meier hat 3.000 € angelegt. Nach 5 Jahren erhält er 3.200 €. Wie hoch war der Zinssatz?
3. Herr Meier erhält nach 7 Jahren 3.500 € bei 6% Zinsen. Wie hoch war der Betrag, den er angelegt hatte.
4. Bei 7% Zinsen sind aus Herrn Meiers 4.000 € 16.000 € geworden. Wie lange ist das Geld angelegt gewesen?
5. Herr Meier leiht sich 7.500 € für 3 Jahre bei einem Zinssatz von 12% aus. Wie viele Zinsen muss er zahlen?
6. Herr Meier hat sich 10.000 € geliehen. Bei 10 % Zinsen muss er 15.000 € zurück zahlen. Wie lange hat er das Geld ungefähr ausgeliehen?
7. Herr Meier will sich in 4 Jahren ein neues Auto für 25.000 € kaufen. Wie viel Geld muss er heute bei 2% Zinsen anlegen?
8. Prüfen Sie, ob die Anlage von 10.000 € bei 4% Zinsen für 7 Jahre das selbe Ergebnis ergibt wie die Anlage von 10.000 € für 4 Jahre bei 7% Zinsen.

¹p.a. bedeutet per annum = pro Jahr; dies lasse ich ab jetzt in den Aufgaben immer weg.

Übung zur Zinseszinsrechnung 2

1. $K_3 = 2.500 \text{ €} * 1,05^3 = 2894,06 \text{ €}$, $Z = K_3 - K_0 = 2894,06 \text{ €} - 2.500 = 394,06 \text{ €}$.
2. Wir berechnen zuerst den Zinsfaktor q :

$$\begin{aligned} 3.200 \text{ €} &= 3.000 \text{ €} * q^5 && | : 3.000 \text{ €} \\ \Leftrightarrow \frac{16}{15} &= q^5 && | \sqrt[5]{} \\ \Leftrightarrow q &= 1,01299 \end{aligned}$$

und daraus den Zinssatz p

$$\begin{aligned} q &= 1 + p && | - 1 \\ \Leftrightarrow p &= q - 1 \\ &= 1,01299 - 1 \\ &= 0,01299 \\ &= 1,299\% \end{aligned}$$

- 3.

$$\begin{aligned} 3.500 \text{ €} &= K_0 * 1,06^7 && | : 1,06^7 \\ \Leftrightarrow K_0 &= \frac{3500 \text{ €}}{1,06^7} \\ &= 2.327,70 \text{ €} \end{aligned}$$

4. Das Kapital hat sich vervierfacht - also zweimal verdoppelt. Nach der Faustformel $p * n = 70$ dauert eine Verdoppelung ungefähr 10 Jahre. Eine zweifache Verdoppelung dauert 20 Jahre. Kontrollrechnung

$$\begin{aligned} K_{20} &= 4.000 \text{ €} * 1,07^{20} \\ &= 15.478,74 \text{ €} \end{aligned}$$

Das bedeutet, dass die 16.000 € nach 20 Jahren noch nicht erreicht waren. Nach 21 Jahren haben wir $K_{21} = 4.000 \text{ €} * 1,07^{21} = 16.562,25 \text{ €}$. Also hat die Verdopplung im 21. Jahr stattgefunden.

5. Wir berechnen zuerst das Endkapital :

$$\begin{aligned} K_3 &= 7.500 \text{ €} * 1,12^3 \\ &= 10.536,9 \text{ €} \end{aligned}$$

Die Zinsen ergeben sich als Differenz zwischen dem End- und dem Anfangskapital:

$$\begin{aligned} Z &= K_3 - K_0 \\ &= 10.536,96 \text{ €} - 7.500 \text{ €} \\ &= 3.036,96 \text{ €} \end{aligned}$$

Übung zur Zinseszinsrechnung 2

6. Nach der Faustregel dauert eine Verdoppelung des Kapitals bei 10% Zinsen ungefähr 7 Jahre. Da wir keine Verdoppelung, sondern eine Ver-1.5-fachung des Kapitals haben wollen, nehmen wir etwas mehr als die Hälfte dieser Zeit und runden auf die ganze Zahl 4 auf. Es ergibt sich

$$K_4 = 10.000 \text{ €} * 1,1^4 = 14.641 \text{ €€}. \text{ Wir brauchen also etwas mehr als 4 Jahre.}$$

7. Gesucht ist K_0 :

$$\begin{aligned} 25.000 \text{ €} &= K_0 * 1,02^4 \quad | : 1,02^4 \\ \Leftrightarrow K_0 &= \frac{25.000 \text{ €}}{1,02^4} \\ &= 23.096,14 \text{ €} \end{aligned}$$

8. Wir vergleichen die beiden Endbestände:

$$\begin{aligned} K_4 &= 10.000 \text{ €} * 1,04^7 \\ &= 13.159,32 \text{ €} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} K_4 &= 10.000 \text{ €} * 1,07^4 \\ &= 13.107,96 \text{ €} \end{aligned}$$

Die beiden Beträge unterscheiden sich auf Grund des Zinseszinsseffekts. Ohne Zinseszinsseffekt hätte man bei 4% Zinsen 400 € pro Jahr bekommen, also insgesamt 2.800 €. bei 7% Zinsen wären es 700 € pro Jahr und damit ebenfalls 2.800 €