1. Herr Meier hat vor 5 Jahren 100.000 € angelegt. Nun hat er 127.628,16 €. Wie hoch ist der Zinssatz?
2. Es wird eine Straße gebaut. Sie hat bisher eine Länge von 15 Kilometern. An jedem Arbeitstag (Montag bis Freitag) kommen 500 Meter dazu.
   a) Die Straße soll eine Länge von 25 Kilometern haben. Wie lange dauert es bis zur Fertigstellung?
   b) Wann ist mit dem Bau der Straße begonnen worden?
3. Eine Bakterienkultur belegt eine Fläche von 2 cm^2. Sie verdoppelt die von ihr besiedelte Fläche alle 5 Stunden.
   a) Wie groß ist die besiedelte Fläche nach 10 Stunden?
   b) Wie groß ist die besiedelte Fläche nach einem Tag?
   c) Wie groß war die besiedelte Fläche vor 5 Stunden?
4. Ein Schwimmbecken fasst 3.750.000 Liter Wasser. Es befinden sich schon 1.500.000 Liter im Becken. Pro Minute fließen 1.000 Liter hinzu.
   a) Wann wird das Becken gefüllt sein?
   b) Wann ist mit der Füllung begonnen worden?
5. Herr Meier hat nun 25.000 € auf dem Konto. Wie viel Geld hat er vor 5 Jahren zu einem Zinssatz von 7% angelegt?
6. Herr Meier legt heute 10.000 € zu einem Zinssatz von 1,5% an.
   a) Wie viel Geld hat er in 10 Jahren auf dem Konto?
   b) Wie viele Zinsen hat er bekommen?
7. Der Bestand einer vom Aussterben bedrohten Tierart sinkt jedes Jahr um 15%. Zur Zeit gibt es noch 15.000 Tiere. Wie viele Tiere wird es in 5 Jahren noch geben?
8. Eine Bakterienkultur nimmt zur Zeit eine Fläche von 6 cm^2 ein. Die verdoppelt sich alle 3 Tage.
   a) Wie groß wird die Fläche in 9 Tagen sein?
   b) Wie groß wird die Fläche in einem Jahr sein (Rechnen Sie mit 360 Tagen)?
   c) Gibt es Gründe, die gegen ein solches Wachstum sprechen?
   d) Wann war die Fläche 3 cm^2?

Formeln auf der nächsten Seite

Exponentielles Wachstum/Zinseszins:

B: Bestand, n: Anzahl der Perioden, q: Wachstumsfaktor, p: Zinssatz

Umrechnung von Zeit in Perioden:

$n = \frac{\text{Zeit}}{\text{Periodenlänge}}$.

$B_n = B_o * q^n$

$q = 1 + p$

$p = q - 1$ Umrechnung in Prozentsatz $p * 100$

$B_{\frac{\text{Zeit}}{\text{Periodenlänge}}} = B_0 * q^{\frac{\text{Zeit}}{\text{Periodenlänge}}}$.

Lineares Wachstum:

B: Bestand, n: Anzahl der Perioden, m: Anstieg pro Periode

$B_n = B_0 + m * n$

1. Es ist zu lösen:

$$\begin{aligned} 100.000\,€ * q^5 &= 127.628,16\,€ && |:100.000\,€ \\ \Longleftrightarrow \quad q^5 &= 1,2762816 && |\sqrt[5]{} \\ \Longleftrightarrow \quad q &= 1,05 \end{aligned}$$

   Wegen $p = q - 1$ folgt $p = 1,05 - 1 = 0,05 = 5\%$. Das Geld wurde mit 5% verzinst.

2. Straße: Lineares Wachstum, $B_n = 15 + 0,5 * n$.
   a) Es fehlen noch 10 Kilometer, es dauert noch $\frac{10\text{ km}}{0{,}5\text{ km}} = 20$ Tage. Genau so gut können wir die Gleichung $15\text{ km} + 0,5\text{ km} * n = 25$ lösen.
   b) Es sind 15 Kilometer gebaut worden, das entspricht $\frac{15\text{ km}}{0{,}5\text{ km}} = 30$ Tagen. Oder wir lösen die Gleichung $15\text{ km} + 0,5\text{ km} * n = 0$.

3. Bakterienkultur. Exponentielles Wachstum: $B_n = 2\text{ cm}^2 * 2^n$ bzw. wenn wir in x Tagen rechnen: $B_x = 2\text{ cm}^2 * 2^{\frac{x}{5}}$. Wir rechnen mit der 2. Variante.
   - $B_{10} = 2\text{ cm}^2 * 2^{\frac{10}{5}} = 8\text{ cm}^2$.
   - $B_{24} = 2\text{ cm}^2 * 2^{\frac{24}{5}} = 55,72\text{ cm}^2$.
   - Die Fläche verdoppelt sich, wenn 5 Stunden vergehen. Vor 5 Stunden muss sie also halb so groß gewesen sein:
   - $B_{-5} = 2\text{ cm}^2 * 2^{\frac{-5}{5}} = 1\text{ cm}^2$.

4. Schwimmbecken. Lineares Wachstum: $B_n = 1.500.000\text{ l} + 1.000\text{ l} * n$.
   a) Es fehlen noch 2.250.000 Liter. Daher dauert es $\frac{2.250.000\text{ l}}{1.000\text{ l}} = 2.250$ Minuten. Dies sind 1 Tag, 13 Stunden und 30 Minuten. Wir können auch die Gleichung $B_n = 1.500.000\text{ l} + 1.000\text{ l} * n = 3.750.000\text{ l}$ lösen.
   b) Es sind $\frac{1.500.000\text{ l}}{1.000\text{ l}} = 1.500$ Minuten. Dies sind 1 Tag und 1 Stunde. Wir können auch die Gleichung $B_n = 1.500.000\text{ l} + 1.000\text{ l} * n = 0\text{ l}$ lösen und erhalten dann $n = -25$.

5. $K_0 = \frac{25.000\,€}{1{,}07^5} = 17.824,65\,€$.

6. Endkapitel: $K_n = 10.000\,€ * 1,015^n$.
   a) $K_{10} = 10.000\,€ * 1,015^{10} = 11.605,41\,€$.
   b) Die Zinsen sind $K_{10} - K_0 = 11.605,41\,€ - 10.000\,€ = 1.605,41\,€$.

7. Tierpopulation. Exponentielles Wachstum: $B_n = 15.000 * 0,85^n$.
   $B_5 = 15.000 * 0,85^5 = 6.655,6$. Es werden ungefähr 6655 Tiere sein.

8. Bakterien. Exponentielles Wachstum: $B_n = 6\text{ cm}^2 * 2^n$
   a) Bei 9 Tagen ist $n = 3$.: $B_3 = 6\text{ cm}^2 * 2^3 = 48\text{ cm}^2$.
   b) Nun ist $n = 120$ und damit $B_{120} = 6\text{ cm}^2 * 2^{120} = 7,98 * 10^{36}\text{ cm}^2$
   c) Die Fläche wird für die Bakterien wahrscheinlich nicht ausreichen. Oder wenn sie einen Menschen befallen haben, wird dieser das wohl nicht überleben.

d) Um auf 6 cm^2 muss sich die Fläche von 3 cm^2 einmal verdoppelt habe. Es hat 3 Tage gedauert.