1. Herr Meier leiht sich für ein Auto 5.000 €. Wie viel Geld muss er 3 Jahre später bei 5% Zinsen zurück zahlen?
2. Tannen bilden an ihren Ästen jeweils 5 Fortsätze für neue Äste pro Jahr aus. Eine gerade gepflanzte Tanne hat 3 Äste. Stellen Sie eine Tabelle auf, die die Anzahl der neuen Äste pro Jahr für die ersten 5 Jahre angibt.
3. In einen See, in dem sich 100.000 m^3 Wasser befinden, fließen pro Stunde 3500 m^3.
   - Wie viel Liter Wasser befinden sich im See?
   - Wann wird der Wasserstand des Sees auf 150.000 m^3 angewachsen sein?
   - Angenommen auf der anderen Seite des Sees fließen am Tag $88.000\ ^3$ Wasser ab. Wie wird sich der Füllstand des Sees langfristig entwickeln. Ist dies realistisch?
4. Herr Meier hat nach 5 Jahren 12.500 € auf seinem Konto. Er hat Zinsen in Höhe von 7% bekommen. Wie hoch war sein Anfangskapital?
5. Bei einem MRT bekommt ein Patient 15 mg eines Kontrastmittels gespritzt. Von dem Kontrastmittel baut der Körper alle 3 Stunden 15% ab.
   a) Ist der Abbau pro Stunde 15%:3=5%? Begründen Sie Ihre Antwort.
   b) Wie viel ist von dem Mittel noch nach 9 Stunden im Körper?
   c) Wie viel ist noch nach 13 Stunden im Körper?
6. In der Abbildung sehen Sie eine Schnecke, die wie folgt aufgebaut ist: Die erste Strecke von A nach B hat eine Länge von 2 cm. Die zweite Strecke BC, die senkrecht an AB anschließt ist 1,5 mal so lang. Die dritte Strecke CD, die wiederum senkrecht an BC anschließt ist erneut 1,5 mal so lang wie die vorhergehende Strecke. Die Figur wird immer auf dies Art und Weise fortgeführt.
   a) Wie lang ist sechste Strecke?
   b) Wann ist eine Strecke das erste Mal länger als 20 cm?
7. Wir betrachten eine Schnecke, die der obigen ähnlich ist, nur das die folgende Strecke nicht immer 1,5-mal so lang ist wie die aktuelle, sondern 1,5 cm länger.
   a) Wie lang ist die sechste Strecke?
   b) Wann ist eine Strecke das erste Mal länger als 20 cm?
8. Herr Meiers Kapital von 2.500 € ist in 5 Jahren zu 3.000 € geworden. Wie hoch war der Zinssatz?
9. Ein Virus hat bereits 10.000 Computer befallen. Es breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 5% pro Tag aus.
   a) Wie viele Computer sind nach 10 Tagen infiziert?
   b) Wann hat sich die Anzahl der Computer vervierfacht?
   c) Wann sind 160.000 Computer infiziert?

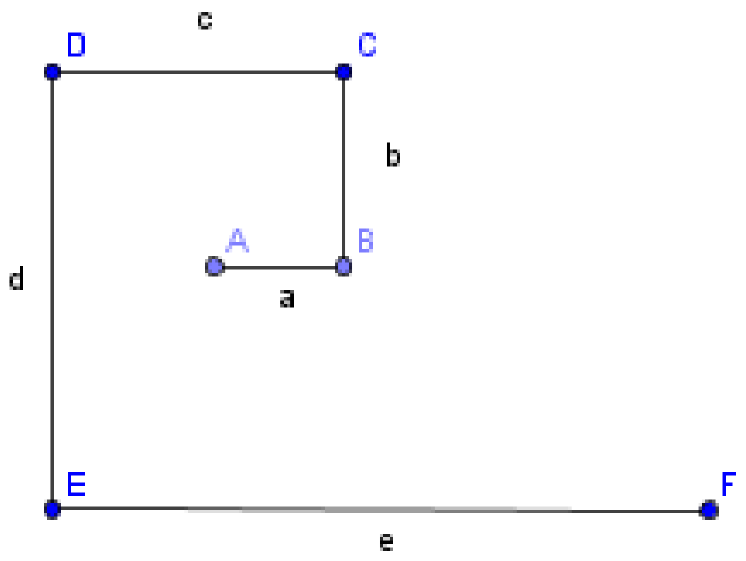

Abbildung 1: Eine Schnecke

10. Herr Meier macht seinem 10jährigen Sohn, der momentan 10 € Taschengeld pro Monat bekommt, folgenden Vorschlag für die Veränderung des Taschengeldes. Entweder er bekommt pro Jahr 10 € mehr oder er bekommt pro Jahr 35% mehr.
    a) Bei welcher Methode bekommt der Sohn im Alter von 18 Jahren ein höheres Taschengeld?
    b) Bei welcher Methode ist das ausgezahlte Taschengeld bis zum Ende des 18. Lebensjahres höher?

1. $K_3 = 5.000$ € $* 1,05^3 = 5.788,125$ €: Er muss 5,788,13 € zurück zahlen.
2. Es handelt sich um exponentielles Wachstum (5 Fortsätze pro Ast).

Jahr	0	1	2	3	4	5
Anzahl Äste	3	15	75	375	1.875	9.375

3. See
   a) Ein m^3 sind 1.00 Liter; es sind 100.000.000 Liter Wasser im See.
   b) Es handelt sich um lineares Wachstum. Die Funktion ist $B_n = 100.000$ m$^3 + 3.500$ m$^3 * n$. Wir müssen die folgende Gleichung lösen:

$$\begin{aligned} 100.000\text{ m}^3 + 3.500\text{ m}^3 * n = & \quad 150.000\text{ m}^3 \quad & | - 100.000\text{ m}^3 \\ \Longleftrightarrow \qquad 3.500\text{ m}^3 * n = & \quad 50.000\text{ m}^3 \quad & | : 3.500\text{ m}^3 \\ \Longleftrightarrow \qquad n = & \quad 14,\overline{285714} & \end{aligned}$$

   Es dauert etwas mehr als 14 Stunden und 15 Minuten.
   c) 3.500 m^3 pro Stunde bedeuten 84.000 m^3 pro Tag. Damit fließen pro Tag 4.000 m^3 Wasser aus dem See ab. Das geht nur so lange, wie genug Wasser im See ist.
4. Es ist zu lösen:

$$\begin{aligned} 12.500\text{ €} = & \quad K_0\text{ €} * 1,07^5 \quad & | :: 1,07^5 \\ \Longleftrightarrow \qquad K_0 = & \quad \frac{12.500\text{ €}}{1,07^5} & | \\ = & \quad 8.912,33\text{ €} & \end{aligned}$$

   Er hat 8.912,33 € angelegt.
5. Kontrastmittel
   a) Nein, dabei würde der Zinseszinseffekt vernachlässigt. Der Wachstumsfaktor ist $q = 0,85$ für 3 Stunden. In einer Stunde sind dies $0,85^{\frac{1}{3}} = 0,9473 = 94,73$. Die Abnahme pro Stunde ist $100\% - 94,73\% = 5,27\%$.
   b) 9 Stunden bedeutet $n = \frac{9}{3} = 3$ ist. Daher $B_3 = 15$ mg $* 0,85^3 = 9,21$ mg. Es sind $9,21$ mg nach 9 Stunden im Körper übrig.
   c) 13 Stunden bedeutet $n = \frac{13}{3}$ ist. Daher $B_{\frac{13}{3}} = 15$ mg $* 0,85^{\frac{13}{3}} = 7,42$ mg. Nach 13 Stunden sind noch $7,42$ mg im Körper.
6. Schnecke mit exponentiellem Wachstum (Jede Strecke ist 1,5-mal so lang wie die vorherige). Die Länge der Strecke n ist $B_n = 2 * 1,5^{n-1}$. Da die 1. Strecke 2 cm lang sein muss, muss der Exponent der 1,5 dafür 0 werden; daraus folgt, dass der Exponent $n - 1$ sein muss.
   a) Es ist $B_6 = 2$ cm $* 1,5^5 = 15,1875$ cm. Die 6. Strecke ist 15,1875 cm lang.
   b) Die 7. Strecke ist $15,1875$ cm $* 1,5 = 22,78125$ cm lang.

7. Schnecke mit linearem Wachstum (es kommen jedes Mal 1,5 cm dazu). Die Wachstumsfunktion ist $B_n = 2$ cm $+ 1,5$ cm $* (n-1)$. Es muss $n-1$ sein, weil die erste Strecke 2 cm lang sein soll. Daher muss die Zahl, die mit 1,5 multipliziert wird, 0 sein; daher $n-1$.
   a) Die 6. Strecke ist $B_6 = 2$ cm $+ 1,5$ cm $* 5 = 9,5$ cm lang.
   b) Der Zuwachs muss 18 cm sein. Dafür sind $\frac{18 \text{ cm}}{1,5 \text{ cm}} = 12$ Zuwächse nötig. Die 13. Strecke ist 20 cm lang. Es kann genau so gut eine Gleichung gelöst werden: 2 cm $+ 1,5$ cm $* (n-1) = 20$ cm.
8.
$$\begin{aligned} 3.000 \text{ €} &= 2.500 \text{ €} * q^5 && |: 2.500 \text{ €} \\ \iff \quad q^5 &= 1,2 && |\sqrt[5]{} \\ \iff \quad q &= 1,0371 \end{aligned}$$
   Aus $p = q - 1$ folgt $p = 1,0371 - 1 = 0,371 = 3,71\%$.
9. Computervirus: Exponentielles Wachstum mit $B_n = 10.000 * 1,05^n$.
   a) Es ist $B_{10} = 10.000 * 1,05^{10} = 16.288,95$. Es sind 16.288 Computer infiziert.
   b) Eine Vervierfachung ist eine doppelte Verdopplung. Nach der Faustregel $n * p = 70$ ist die Zeit bis zur Verdopplung ungefähr $n = \frac{70}{p} = \frac{0}{5} = 14$ Tage. Eine Vervierfachung gibt dann ungefähr nach 28 Tagen. Die Probe: $B_{28} = 10.000 * 1,05^{28} = 39.201,29$ und $B_{29} = 10.000 * 1,05^{29} = 41.161,36$. Im, Laufe des 29. Tages sind viermal so viele Computer infiziert wie am Anfang.
   c) 160.00 sind eine weitere Vervierfachung zu der vorherigen Aufgabe. Also wird es ungefähr weitere 29 Tage dauern. Es ist $B_{57} = 10.000 * 1,05^{57} = 161.357,83$. es sind also 57 Tage bis 160.000 Computer infiziert sind.
10. Mit n bezeichnen wir die Jahre ab dem 10. Lebensjahr, das 11. Lebensjahr ist also $n = 1$. Der erste Vorschlag ist lineares Wachstum. Es gilt $B_n = 10 \text{ €} + 10 \text{ €} * n$. Der zweite Vorschlag ist exponentielles Wachstum mit $B_n = 10 \text{ €} * 1,35^n$.
    a) Beim ersten Vorschlag: $_8 = 10 \text{ €} + 10 \text{ €} * 8 = 90$ und beim zweiten Vorschlag: $B_8 = 10 * 1,35^8 = 110,32$.
    b) Wir erstellen eine Tabelle:

Alter	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1.	10	20	30	40	50	60	70	80	90
2.	10	13,50	18,21	24,60	33,22	44,84	60,53	81,72	110,32

    Jede der Summen wird 12-mal pro Jahr gezahlt. Wir können die Einzelsummen addieren und das Ergebnis mit 12 multiplizieren, um die Gesamtsumme der Taschengeldzahlungen zu bekommen. Wir erhalten beim linearen Anstieg

$12 * (10\text{ €} + 20\text{ €} + 30\text{ €} + 40\text{ €} + 50\text{ €} + 60\text{ €} + 70\text{ €} + 80\text{ €} + 90\text{ €}) = 5.400\text{ €}.$

Beim exponentiellen Anstieg ergibt sich

$$12 * (10\text{ €} + 13,50\text{ €} + 18,21\text{ €} + 24,60\text{ €} + 33,22\text{ €} + \\ 44,84\text{ €} + 60,53\text{ €} + 81,72\text{ €} + 110,32\text{ €}) = 3.563,28\text{ €}.$$

Der lineare Anstieg führt zu einem höheren Gesamttaschengeld.