1. Herr Meier bekommt nach 3 Jahren Geldanlage 25.000 €. Er hatte 22.500 € angelegt. Wie hoch war der Zinssatz?
2. Herr Meiers Vorfahren haben bei der Gründung Roms (753. V. Chr.) 1 Sesterze auf die Bank gebracht und für (durchschnittlich) 1% Zinsen angelegt. Wie groß wäre das Vermögen heute, wenn es die ganze Zeit über auf der Bank gelegen hätte und verzinst worden wäre. Verdoppelt sich der Betrag bei 2% Zinsen?
3. Der Erfinder des Schachspiels soll sich nach einer Legende folgende Belohnung erbeten haben: Auf der 1. Feld des Schachspiels wird ein Reiskorn gelegt. Die Anzahl der Reiskörner wird von Feld zu Feld verdoppelt.
   a) Wie viele Körner liegen auf dem 64. Feld?
   b) Ungefähr 47.000 Reiskörner wiegen 1 Kilogramm. Es gibt ungefähr 7 Milliarden Menschen auf der Erde. Wie viel Reis bekommt jeder Weltbewohner ungefähr, wenn man alleine die Reiskörner auf dem letzten Feld nimmt? Versuchen sie eine Schätzung, bevor Sie rechnen.
4. Der Gewinn eines Unternehmens beträgt 1.25 Million €. Es wird ein jährliches Wachstum von 15.000 € erwartet.
   a) Stellen Sie eine Funktion des Gewinns auf.
   b) Wann wird das Unternehmen das erste Mal mehr als 1,325 Millionen € Gewinn machen?
   c) Wie hoch ist der prozentuale Anstieg des Gewinns vom 5. zum 6. Jahr?
   d) Wie hoch ist der prozentuale Anstieg des Gewinns vom 10. zum 11. Jahr?
   e) Interpretieren Sie das Ergebnis.
5. Eine Figur wird wie folgt konstruiert: In der Mitte ist ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 4 cm. In der 2. Stufe wird an jedes der Quadrate ein weiteres Quadrat gezeichnet, dessen Seitenlänge nur noch halb so groß ist wie das des vorhergehenden Quadrats. Die 3. und jede weitere folgenden Stufe wird genau so konstruiert: An die vier freien Außenecken wird jeweils ein weiteres Quadrat mit einer halb so großen Seitenlänge gezeichnet (Eine Skizze könnte unter Umständen hilfreich sein).
   a) Stellen Sie eine Funktion auf, mit der Hilfe Sie die Seitenlänge eines Quadrates der n-ten Stufe bestimmen können.
   b) Wie lang ist die Seite eines Quadrats der 6. Stufe?
   c) Wie groß ist der Flächeninhalt aller Quadrate der ersten 3 Stufen.
   d) Wie viele Quadrate gibt s insgesamt auf der 10. Stufe?
6. Her Meier hat 5 Jahre lang Geld zu 4% angelegt. Er bekommt 5.500 € zurück. Wie viel hatte er angelegt?
7. Bei der Vorbereitung auf eine Prüfung nehmen die Lücken im Wissen der Schüler immer mehr ab. Am Anfang des Lernzeitraums hat ein Schüler 30% des Wissens, das zum Bestehen der Prüfung reicht, das heißt, der Bereich seiner Lücken beträgt 70%. Seine Lücken nehmen pro Woche um 10% ab.

a) Stellen Sie eine Funktion, die die Höhe der Lücken nach n Wochen beschreibt.
b) Wie groß sind die Lücken nach 4 Wochen noch?
c) Der Schüler fühlt sich prüfungsbereit, wenn seine Wissenslücken nur noch bei 25% sind. Wann ist er so weit? (Hier müssen sie probieren)
d) Wann sind seine Lücken bei nur noch 10%? (und wieder probieren)
e) Um welchen Prozentsatz schrumpfen die Lücken täglich?

8. Die Sitze in einem Zirkus sind in einem Dreiviertelkreis ansteigend hintereinander um die Manege angeordnet. In der 1. Reihe sind 75 Sitze. In jeder folgenden Reihe sind 7 Sitze mehr.
   a) Wann werden das erste Mal mehr als 125 Sitze erreicht?
   b) Der Zirkus hat 25 Sitzreihen. Wie viele Sitze hat die letzte Reihe?
   c) Wie viele Sitze sind in den ersten 6 Reihen zusammen?
9. Herr Meier will ein Haus bauen und leiht sich deshalb für 10 Jahre 100.000 € bei einem Zinssatz von 8%.
   a) Wie viel muss er zurück zahlen?
   b) Wie hoch sind die Zinsen, die er zahlen muss?
   c) Bestimmen Sie den prozentualen Anteil der Zinsen an der gesamten Rückzahlung.

1. Wir müssen eine Gleichung lösen:

$$\begin{aligned} 25.000\text{ €} &= 22.500\text{ €} * q^3 && | : 22.500\text{ €} \\ \iff \quad q^3 &= 1,\overline{1} && | \sqrt[3]{} \\ \iff \quad q &= 1,0357 \end{aligned}$$

   Da $p = q - 1$ ist, folgt für den Zinssatz $= 1,0357 - 1 = 0,0357 = 3,57\%$.
2. Es sind seit der Gründung Roms 753+2014=2767 Jahre vergangen. Damit ergibt sich als Endkapital $K_{2767} = 1 * 1,01^{2767} = 9,062 * 10^{11}$ Sesterzen. Dies sind ungefähr 90 Milliarden Sesterzen. Bei 2% Zinsen pro Jahr ergibt sich $K_{2767} = 1 * 1,02^{2767} = 6,261 * 10^{23}$. Der Betrag ist nicht etwa um den Faktor 2 größer, sondern um den Faktor $6,6 * 10^{11}$. Also 66 Milliarden.
3. Reiskörner: Es handelt sich um exponentielles Wachstum
   a) Die Funktion, die die Menge der Reiskörner angibt, ist $B_n = 1 * 2^{n-1}$.[1]Auf dem 64. Feld liegen daher $B_{64} = 2^{63} = 9,223 * 10^{16}$ Reiskörner.
   b) Die Reismenge pro Person ist $\frac{9,223*10^{16}}{47.000*9.000.000.000} = 21.804,66$. Jeder Weltbewohner würde $21.804,66$ kg oder knapp 22 Tonnen Reis bekommen. Und dies sind nur die Körner auf dem 64. Feld. Insgesamt sind ungefähr doppelt so viele Reiskörner auf dem Brett.
4. Unternehmensgewinn: lineares Wachstum
   a) Der Gewinn nach n Jahren ist $B_n = 1.250.000\text{ €} + 15.000\text{ €}$.
   b) Wir lösen die Gleichung

$$\begin{aligned} 1.250.000\text{ €} + 15.000\text{ €} * n &= 1.3250.000\text{ €} && | - 1.250.000\text{ €} \\ \iff \quad 15.000\text{ €} * n &= 75.000\text{ €} && | : 15.000\text{ €} \\ \iff \quad n &= 5 \end{aligned}$$

   Nach 5 Jahren erreicht das Unternehmen $1.325.000$ € Gewinn.
   c) Der prozentuale Anstieg ist $\frac{15.000\text{ €}}{1.3250.000\text{ €}} * 100 = 1,13\%$.
   d) Das Unternehmen macht im 10. Jahr $B_{10} = 1.250.000\text{ €} + 15.000\text{ €} * 10 = 140.000\text{ €}$ Gewinn. Der prozentuale Anstieg ist $\frac{15.000\text{ €}}{1.400.000\text{ €}} * 100 = 1,07\%$.
   e) Der prozentuale Zuwachs sinkt, das der absolute Anstieg immer gleich bleibt (15.000 €), aber die Basis, von der aus das Wachstum stattfindet, immer größer wird.
5. Konstruktion einer Figur
   a) Das 1. Quadrat hat eine Seitenlänge von 4 cm. Ab da wird die Seitenlänge immer halbiert. Es ist $B_n = 4 * \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

[1]Auf dem 1. Feld liegt nur 1 Korn. Würden wir n als Exponenten nehmen, ergäben sich $1*2^1 = 2$ Körner. Wenn wir vom Exponenten n eine 1 subtrahieren, kommen wir auf $1 * 2^0 = 1$. Wenn wir irgendeine Zahl - außer 0 - mit dem Exponenten versehen, ist das Ergebnis immer 1.

b) $B_6 = 4$ cm $* \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{8}$ cm $= 0,125$ cm.

c) Auf der ersten Stufe haben wir ein Quadrat mit der Seitenlänge 4 cm und dem Flächeninhalt 16 cm^2. Auf der zweiten Stufe ist die Seitenlänge 2 cm und die Fläche eines Quadrats ist 4 cm^2. Wir haben 4 davon. Auf der 3. Stufe gibt es ebenfalls 4 Quadrate. Jedes hat eine Seitenlänge von 1 cm und eine Fläche von 1 cm^2. Insgesamt ergibt sich also 16 cm$^2 + 4 * 4$ cm$^2 + 4 * 1$ cm$^2 = 36$ cm^2.

d) Die Anzahl der Quadrate ist eine lineare Funktion. Am Anfang haben wir 1 und für jede weitere Stufe kommen 4 dazu: $B_n = 1 + 4 * n$. auf der 10. Stufe sind es $B_{10} = 1 + 4 * 10 = 41$ Quadrate.

6. Wir lösen die Gleichung

$$\begin{aligned} 5.500\ \text{€} = &\quad K_0 * 1,04^5 \quad | : 1,04^5 \\ \Longleftrightarrow \qquad K_0 = &\quad 4.520,60\ \text{€} \end{aligned}$$

Er hatte 4.520,60 € angelegt.

7. Wissenslücken

a) Exponentielles Wachstum, Abnahme um 10%: $B_n = 70 * 0,9^n$.

b) $B_4 = 70 * 0,9^4 = 45,927$. Die Lücken sind auf 45,927% gesunken.

c) Es ist $B_9 = 70 * 0,9^9 = 27,12$ und $B_{10} = 70 * 0,9^{10} = 24,41$. In der 10. Woche sinken die Lücken auf 25%.

d) Es ist $B_{18} = 70 * 0,9^{18} = 10,51$ und $B_{19} = 70 * 0,9^{19} = 9,46$. In der 19. Woche sinken die Lücken unter 10%.

e) $0,9^{\frac{1}{7}} = 0,985$. Die Lücken nehmen pro Tag um ungefähr 1,5% ab.

8. Sitze im Zirkus. Es ist eine lineare Funktion: $B_n = 75 + 7 * (n - 1)$.

a) Wir lösen die Gleichung

$$\begin{aligned} 75 + 7 * (n - 1) = &\quad 125 \quad | - 75 \\ \Longleftrightarrow \qquad 7 * n - 7 = &\quad 50 \quad | + 7 \\ \Longleftrightarrow \qquad 7 * n = &\quad 57 \quad | : 7 \\ \Longleftrightarrow \qquad n = &\quad 8\frac{1}{7} \end{aligned}$$

In der 9. Reihe werden 125 Sitze erreicht.

b) $B_{25} = 75 + 24 * 7 = 243$.

c) Wir erstellen eine Tabelle

Reihe	Sitze
1	75
2	82
3	89
4	96
5	103
6	110

Die Summe der Sitze ist 555.

9. Kredit. Funktion des Betrags nach n Jahren: $K_n = 100.000 * 1,08^n$.
   a) $K_{10} = 100.000$ € $* 1,08^{10} = 215.892,50$ €.
   b) Die Zinsen sind die Differenz zwischen End- und Anfangskapital: $Z = K_{10} - K_0 = 215.892,50$ € $- 100.000$ € $= 115.892,50$ €.
   c) Der prozentuale Anteil der Zinsen ist $\frac{115.892 \text{ €}}{100.000 \text{ €}} * 100 = 115,89$%.