Lösen Sie die folgenden Aufgaben. Ab Aufgabe 5 lohnt sich eine Skizze.

1. Berechnen Sie folgenden Winkel
   a) $\sin(\alpha) = 0,5$
   b) $\cos(\beta) = 0,5$
   c) $\tan(\gamma) = 0,5$
   d) $\sin(\delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
   e) $\tan(\epsilon) = 2,3$
   f) $\cos(\alpha) = 0,7$
2. Berechnen Sie folgende Werte
   a) $\sin(60°)$
   b) $\cos(60°)$
   c) $\tan(65°)$
   d) $\cos(45°)$
   e) $\sin(75°)$
   f) $\tan(20°)$
3. Rechnen Sie folgende prozentuale Steigungen in Grad um:
   a) 5%
   b) 25%
   c) 50%
   d) 75%
   e) 100%
   f) 150%
4. Bestimmen Sie die Steigungswinkel folgender Geraden gegenüber der y-Achse:
   a) $y = 3x + 5$
   b) $y = -0,5x + 4$
   c) $y = 3$
   d) $y = x - 4$
   e) $y = -x - 7$
5. Simon und sein Freund Martin lassen einen Drachen steigen. Die beiden stehen 100 Meter voneinander entfernt. Martin hält die Schnur des Drachen in seiner Hand. Der Drachen befindet sich 60 Meter senkrecht über Simon. Welchen Winkel bildet die Drachenschnur mit dem Boden?
6. Wieder lassen Simon und Martin einen Drachen steigen. Wieder hält Martin die Drachenschnur in der Hand. Die Leine ist 100 Meter lang. Der Winkel zwischen dem Boden und der Drachenschnur beträgt 35°. Wie hoch steht der Drachen senkrecht über Simon?

7. Erneut sind wir beim Drachensteigen. Dieses Mal hält Simon die Drachenschnur in der Hand und der Drachen steht 50 Meter senkrecht über Martin. Der Winkel zwischen Drachenschnur und Boden ist 25° groß. Wie lang ist die Drachenschnur?
8. Rechnen Sie in den folgenden Dreiecken die fehlenden Seiten und Winkel aus.
   a) $\alpha = 20°$, $\gamma = 70°$, $b = 6$ cm
   b) $\beta = 90°$, $b = 10$ cm, a=6 cm
9. In der Abbildung 1 sehen Sie den Querschnitt eines Kanals. Dieser Querschnitt hat die Form eines regelmäßigen Trapezes - das bedeutet, dass die beiden Basiswinkel, wie eingezeichnet, gleich groß sind und die Seiten b und d gleich lang sind. Wir wollen nun die Fläche dieses Trapezes bestimmen. Diese berechnet sich nach der Formel $a = \frac{a+c}{2} * h$, wobei h die Höhe des Trapezes ist - also die senkrechte Verbindung der beiden parallelen Seite a und c. Wir kennen neben den beiden Winkeln folgende Werte: $a = 8$ Meter und $c = 16$ Meter.
   a) Berechnen Sie die Höhe (Tipp: Zeichnen Sie die Höhe ein und suchen Sie ein rechtwinkliges Dreieck).
   b) Berechnen Sie in einem 2. Schritt die Fläche des Trapezes.
   c) Der Kanal soll mit Beton ausgekleidet werden. Berechnen Sie dazu die Seitenlängen b und d, um so den Umfang des Trapezes zu ermitteln.

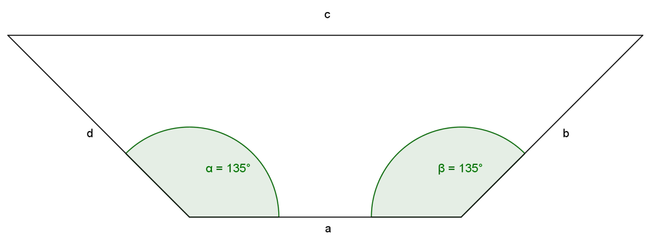
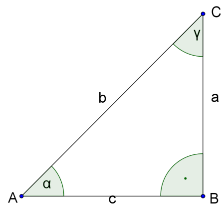


Abbildung 1: Ein Trapez

1. Berechnen Sie die folgenden Winkel. Hier müssen Sie die jeweilige Umkehrfunktionen $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ und $\tan^{-1}$ nutzen
   a) $\sin(\alpha) = 0,5 \iff \alpha = 30°$
   b) $\cos(\beta) = 0,5 \iff \beta = 60°$
   c) $\tan(\gamma) = 0,5 \iff \gamma = 26,56°$
   d) $\sin(\delta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \iff \delta = 60°$
   e) $\tan(\epsilon) = 2,3 \iff \epsilon = 66,5°$
   f) $\cos(\alpha) = 0,7 \iff \alpha = 41,41°$
2. Berechnen Sie folgende Werte. Hier müssen Sie nur die jeweiligen Werte in den Taschenrechner eintippen.
   a) $\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,8660$
   b) $\cos(60°) = 0,5$
   c) $\tan(65°) = 2,1445$
   d) $\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7071$
   e) $\sin(75°) = 0,9659$
   f) $\tan(20°) = 0,3640$
3. Rechnen Sie folgende prozentuale Steigungen in Grad um:
   - $\alpha = \tan^{-1}(0,05) = 2,86°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(0,25) = 14,04°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(0,5) = 25,57°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(1) = 45°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(1,5) = 56,31°$
4. Bestimmen Sie die Steigungswinkel folgender Geraden gegenüber der y-Achse:
   - $\alpha = \tan^{-1}(3) = 71,56°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(-0,5) = -26,57°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(0) = 0°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(1) = 45°$
   - $\alpha = \tan^{-1}(-1) = -45°$
5. Eine Skizze - auch für die beiden folgenden Aufgaben - könnte beispielsweise so aussehen: Dabei ist A der Standpunkt desjenigen, der die Drachenschnur hält, bei B steht derjenige, der unter dem Drachen ist, C ist die Position des Drachen. Die Drachenschnur entspricht der Strecke AC; diese Strecke ist die Hypotenuse des Dreiecks. Die Höhe des Drachen über dem anderen Jungen wird durch die Strecke BC angegeben. AB ist der Abstand der beiden Freunde. Hier ist nach dem Winkel zwischen der Drachenschnur und dem Boden gefragt, also α. Wir kennen die Gegenkathete BC und die Ankathete AB. Somit können wir den Tan-



gens nutzen. Es gilt

$$
\begin{aligned}
& \tan(\alpha) &&= \frac{60}{100} && |\tan^{-1} \\
\Longleftrightarrow\quad & \alpha &&= \tan^{-1}(0,6) \\
\Longleftrightarrow\quad & \alpha &&= 30,96° \\
\end{aligned}
$$

6. Jetzt geht es um die Berechnung der Gegenkathete. Wir benutzen den Sinus, weil wir den Winkel und die Hypotenuse kennen und die Gegenkathete suchen. Es gilt also:

$$
\begin{aligned}
& \sin(35°) &&= \frac{h}{100} && |*100 \\
\Longleftrightarrow\quad & h &&= 100 * \sin(35°) \\
\Longleftrightarrow\quad & h &&= 57,36 \\
\end{aligned}
$$

7. Wenn wir die Länge der Drachenschnur berechnen wollen, müssen wir die Hypotenuse des Dreiecks berechnen. Also

$$
\begin{aligned}
& \sin(25°) &&= \frac{50}{l} && |*l \\
\Longleftrightarrow\quad & l * \sin(25°) &&= 50 && |: sin(25°) \\
\Longleftrightarrow\quad & l &&= \frac{50}{\sin(25°)} \\
\Longleftrightarrow\quad & l &&= 118,31 \\
\end{aligned}
$$

8. Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel des Dreiecks.
   a) Wir müssen β, a und c berechnen. Der Winkel β ist 90° (nach der 180°-Regel), somit ist b die Hypotenuse. Um a auszurechnen können wir entweder den Sinus von α oder den Kosinus von γ nutzen. Nehmen wir den Kosinus von γ:

$$
\begin{aligned}
& \cos(70°) &&= \frac{a}{6} && |*6 \\
\Longleftrightarrow\quad & a &&= 6 * \cos(70°) \\
\Longleftrightarrow\quad & a &&= 2,05 \\
\end{aligned}
$$

   Für die Berechnung von c können wir

- den Satz des Pythagoras ($a^2 + c^2 = b^2$) oder
- den Kosinus von α $\left(\cos(\alpha) = \frac{c}{b}\right)$ oder
- den Sinus von γ $\left(\sin(\gamma) = \frac{c}{b}\right)$ oder
- den Tangens von α $\left(\tan(\alpha) = \frac{a}{c}\right)$ oder
- den Tangens von γ $\left(\tan(\gamma) = \frac{c}{a}\right)$

nutzen. Wir nehmen hier den Sinus von α. Es gilt

$$\begin{aligned} \sin(70°) &= \frac{a}{6} && \mid * 6 \\ \iff \quad a &= 6 * \sin(70°) \\ \iff \quad a &= 5,64 \end{aligned}$$

b) Gesucht sind c, α und γ. Mit b haben wir die Hypotenuse des Dreiecks gegeben und mit a die Gegenkathete zu α bzw. die Ankathete zu γ. Es gilt also

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{6}{10} && \mid * \sin^{-1} \\ \iff \quad \alpha &= \sin^{-1}(0,6) \\ \iff \quad \alpha &= 36,87° \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \cos(\gamma) &= \frac{6}{10} && \mid * \sin^{-1} \\ \iff \quad \gamma &= \cos^{-1}(0,6) \\ \iff \quad \gamma &= 52,13° \end{aligned}$$

Zur Berechnung von c stehen uns wieder viele Möglichkeiten zur Verfügung. Nehmen wir des Tangens des Winkels γ. Es gilt

$$\begin{aligned} \tan(\gamma) &= \frac{c}{6} && \mid * 6 \\ \iff \quad c &= 6 * \tan(52,13°) \\ \iff \quad c &= 8 \end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras bestätigt diese Seitenlänge, da $6^2 + 8^2 = 10^2$.

c) In der Abbildung 2 ist die Höhe so eingezeichnet worden, dass wir ein rechtwinkliges Dreieck mit einer bekannten Seitenlänge haben. In diesem Dreieck (S. Abbildung 2) ist das oben überstehende Stück des Trapezes 4 Meter lang (c ist insgesamt 8 Meter länger als a; diese 8 Meter verteilen sich auf die beiden Seiten des Trapezes. Wir haben nun einen Winkel (45° in dem Dreieck), die Gegenkathete dazu und suchen die Ankathete. Wir benutzen

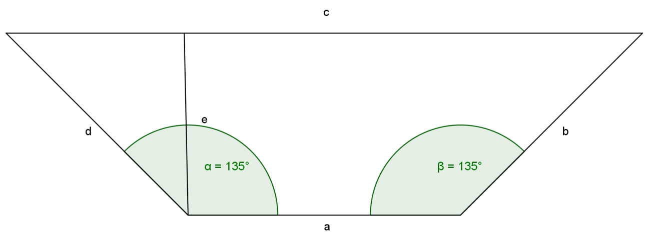


Abbildung 2: Ein Trapez mit Höhe

daher den Tangens. Es gilt

$$\begin{aligned} \tan(45°) &= \frac{4}{h} && \mid * h \\ \Longleftrightarrow \quad h * \tan(45°) &= 4 && \mid : \tan(45°) \\ \Longleftrightarrow \quad h &= \frac{4}{\tan(45°)} \\ \Longleftrightarrow \quad h &= 4 \end{aligned}$$

Als Fläche des Trapezes ergibt sich $A = \frac{8+16}{2} * 4 = 48\, m^2$.
Zur Berechnung der Seite d benutzen wir das selbe Dreieck wie gerade. Jetzt suchen wir allerdings de Hypotenuse des Dreiecks. Auch hier haben wir mehrere Möglichkeiten der Berechnung. Wir nutzen nun den Sinus des Winkels. Es gilt

$$\begin{aligned} \sin(45°) &= \frac{4}{d} && \mid * d \\ \Longleftrightarrow \quad d * \sin(45°) &= 4 && \mid : \sin(45°) \\ \Longleftrightarrow \quad d &= \frac{4}{\sin(45°)} \\ \Longleftrightarrow \quad d &= 5,66 \end{aligned}$$

Als Umfang ergibt sich $U = 2 * d + a + c = 2 * 5,66 + 8 + 16 = 35,66$.