1 Terme

Jede Kombination von Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern wird in der Mathematik Term genannt.

1.1 Grundbegriffe

Die Grundbegriffe sind:

Name der Rechnung	Rechnung	Name des Ergebnisses (c)	Name von a und b
Addition	$a + b = c$	Summe	Summanden
Subtraktion	$a - b = c$	Differenz	a: Minuend b: Subtrahend
Multiplikation	$a * b = c$	Produkt	Faktoren
Division	$\frac{a}{b} = c$ oder $a : b = c$	Quotient	a: Dividend b: Divisor
Potenz	$a^b = c$	Wert der Potenz	a: Basis b: Exponent
Wurzel ziehen	$\sqrt[b]{a}$	Wurzel	a: Diskriminante b: Grad der Wurzel

Tabelle 1: Die grundlegenden Rechenoperationen

1.2 Rechenreihenfolge

Die Rechenreihenfolge beschreibt, in welcher Reihenfolge Rechnung auszuführen sind. Dabei gilt, dass

- zuerst Klammern ausgerechnet werden, dann
- Potenzen, dann kommt die
- Punktrechnung (Multiplikation und Division) und anschließend die
- Strichrechnung (Addition und Subtraktion)

Sehen wir uns ein Beispiel an:

$$7 * (6 + 2 * 4^3) - 5 * 2^3$$

1. Zuerst müssen wir den Inhalt der Klammer ausrechnen.
   a) Dazu müssen wir in zuerst die Potenz ($4^3 = 64$) ausrechnen. Gleichzeitig könne wir die andere Potenz berechnen ($2^3 = 8$).

   b) Diese beiden Ergebnisse müssen im nächsten Schritt multipliziert werden: $4 * 64 = 256$ und $5 * 8 = 40$.
   c) Nun muss in der Klammer addiert werden: $256 + 6 = 262$
2. Das Ergebnis der Klammer (262) kann nun mit 7 multipliziert werden. Es ergibt sich 1.834.
3. Nun können die beiden Teilergebnisse subtrahiert werden: $1.834 - 40 = 1.794$

1.3 Das Rechnen mit Variablen

Eine Variable steht für eine Zahl, deren Größe wir nicht kennen. In der Tabelle 1 haben wir schon die Variablen a, b und c benutzt.

Wir können Variablen addieren oder subtrahieren, wenn sie gleich sind: $a + a$ ergeben $2a$, $a + b$ können wir nicht weiter zusammen fassen. Das gleiche gilt bei $7a + 5a + 6b - 4b = 12a + 2b$. Die Terme mit den Variablen a beziehungsweise b lassen sich addieren oder subtrahieren, indem wir die Koeffizienten - das sind die Zahlen vor den Variablen - addieren oder subtrahieren. Wieder gilt: Es lässt sich nur gleiches addieren.

Beim Addieren und Subtrahieren von Zahlen gibt es folgende Regeln:

- Die beiden Zahlen habe das gleiche Vorzeichen. Aus den beiden Zahlenwerte wird die Summe gebildet und das gemeinsame Vorzeichen wird davor geschrieben: $7 + 3 = 10$ und $-7 - 3 = -10$.
- Bei verschiedenen Vorzeichen wird die kleinere Zahl von der größeren subtrahiert. Das Ergebnis erhält das Vorzeichen des größeren Wertes: $-4 + 7 = 3$ und $4 - 7 = -2$.

Verschieden sind in diesem Sinne auch Variablen, die verschiedene Exponenten haben $a + a^2$ können wir nicht weiter zusammen fassen.

Beim Multiplizieren und Dividieren können wir viel mehr zusammenfassen $2 * a * 3 * b = 6ab$. Die Koeffizienten werden multipliziert oder dividiert und die Variablen dahinter geschrieben. Gleiches gilt bei $6 * a : (3 * b) = 2\frac{a}{b}$.

Bei den Vorzeichen gilt bezüglich der Multiplikation und Division folgendes:

- Werden zwei Zahlen mit gleichem Vorzeichen multipliziert oder dividiert, ist das Ergebnis positiv: $4 * 3 = 12$ und $-4 * (-3) = 12$.
- Werden zwei zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen multipliziert oder dividiert ist das Ergebnis negativ: $6 : (-3) = -2$ und $-6 : 3 = -2$.

1.4 Rechengesetze

Wir betrachten im folgenden drei Rechengesetze

1.4.1 Kommutativ- oder Vertauschungsgesetz

Das Kommutativgesetz gilt bei der Addition oder der Multiplikation - nicht hingegen bei Division oder Subtraktion- erst recht nicht bei Potenzen und Wurzeln. Es besagt, dass die Reihenfolge beim Multiplizieren oder Addieren zweier Terme egal ist. Es gilt $a + b = b + a$ und $a * b = b * a$.

Bei der Subtraktion gilt das Gesetz nur, wenn man das Minuszeichen als zur Zahl gehörend betrachtet: $a - b = -b + a$. Bei der Division können wir es unter Beachtung der folgenden Regel auch anwenden: $a : b = \frac{1}{b} * a$.

1.4.2 Assoziativ- oder Verknüpfungsgesetz

Auch das Assoziativgesetz gilt streng genommen nur für die Addition und die Multiplikation. Es besagt, dass bei der Addition oder der Multiplikation beliebig geklammert werden kann.. Es gilt $(a + b) + c = a + (b + c)$ und $(a * b) * c = A * (b * c)$.

Dieses Gesetz kann man - wie das Kommutativgesetz - nutzen, um sich die Rechenarbeit zu erleichtern.

1.4.3 Das Distributivgesetz

Allgemein lautet das Distributivgesetz $a * (b \pm c) = ab \pm bc$. Ein Term vor einer Klammer, in der eine Summe oder Differenz steht, wird mit jedem der Elemente in der Klammer multipliziert. Die Rechnung funktioniert auch, wenn der Term hinter der Klammer steht - es gilt weiterhin das Kommutativgesetz. Dieses nennt man „Ausmultiplizieren“. Beispiele: $7 * (a + b) = 7a + 7b$ oder $(a - b) * 8 = 8a - 8b$.

Wenden wir das Distributivgesetz von rechts nach links an, nennen wir die Tätigkeit „Ausklammern“. Dabei wird ein gemeinsamer Faktor vor (oder hinter) die Klammer gezogen und alle Terme durch diesen Faktor dividiert. Aus $36a + 8b$ wird $4 * (9a + 2b)$).

Es ist nach dieser Regel auch möglich, zwei Klammern zu multiplizieren. Dazu wird jedes Element der ersten Klammer mit jedem Element der zweiten Klammer multipliziert. Aus $(a + b) * (c + d)$ wir $ab + ac + bc + bd$.

Eine Konsequenz des Distributivgesetzes ist die Behandlung von Additions- und Subtraktionsklammern. Damit sind Klammern gemeint, vor denen nur ein Pluszeichen oder ein Minuszeichen steht. Additionsklammern können wir ohne weiteres weglassen: $a + (b + c) = a + b + c$. Steht ein Minuszeichen vor der Klammer, werde alle Vorzeichen in der Klammer umgedreht: $a - (-b + c - d) = a + b - c + d$.

1.4.4 Die binomischen Formeln

Die binomischen Formeln sind ein Unterfall des Distributivgesetzes. Es gilt

$$\begin{array}{rclcl}
(a+b)^2 & = & (a+b)*(a+b) & = & a^2+ab+ab+b^2 = \quad a^2+2ab+b^2 \\
(a-b)^2 & = & (a-b)*(a-b) & = & a^2-ab-ab+b^2 = \quad a^2-2ab+b^2 \\
 & & (a+b)*(a-b) & = & a^2+ab-ab+b^2 = \quad a^2-b^2
\end{array}$$