

## Übungen zu quadratische Funktionen 3

### Aufgabe 1

Erläutern Sie, was die Buchstaben  $a$ ,  $d$  und  $e$  in der Formel  $y = a(x - d)^2 + e$  bedeuten.

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu den beiden Parabeln auf der Rückseite des Blattes die Funktionsgleichung in Scheitelpunktsform, die Funktionsgleichung in Normalform und die Nullstellen.

### Aufgabe 3

Eine Wasserfontäne beschreibt einen parabelförmigen Bogen, der durch  $f(x) = -1,25x^2 + 2,5x + 3,75$  beschrieben werden kann. Dabei gibt  $x$  den Abstand zur Düse und  $f(x)$  die Höhe des Wasserstrahls in Metern bei einer Entfernung von  $x$  Metern von der Düse an. Wann trifft der Wasserstrahl auf den Boden? Wie hoch ist die Fontäne? Wann erreicht der Wasser eine Höhe von 4 Metern? Welche Höhe hat sie nach 0,5 Metern?

### Aufgabe 4

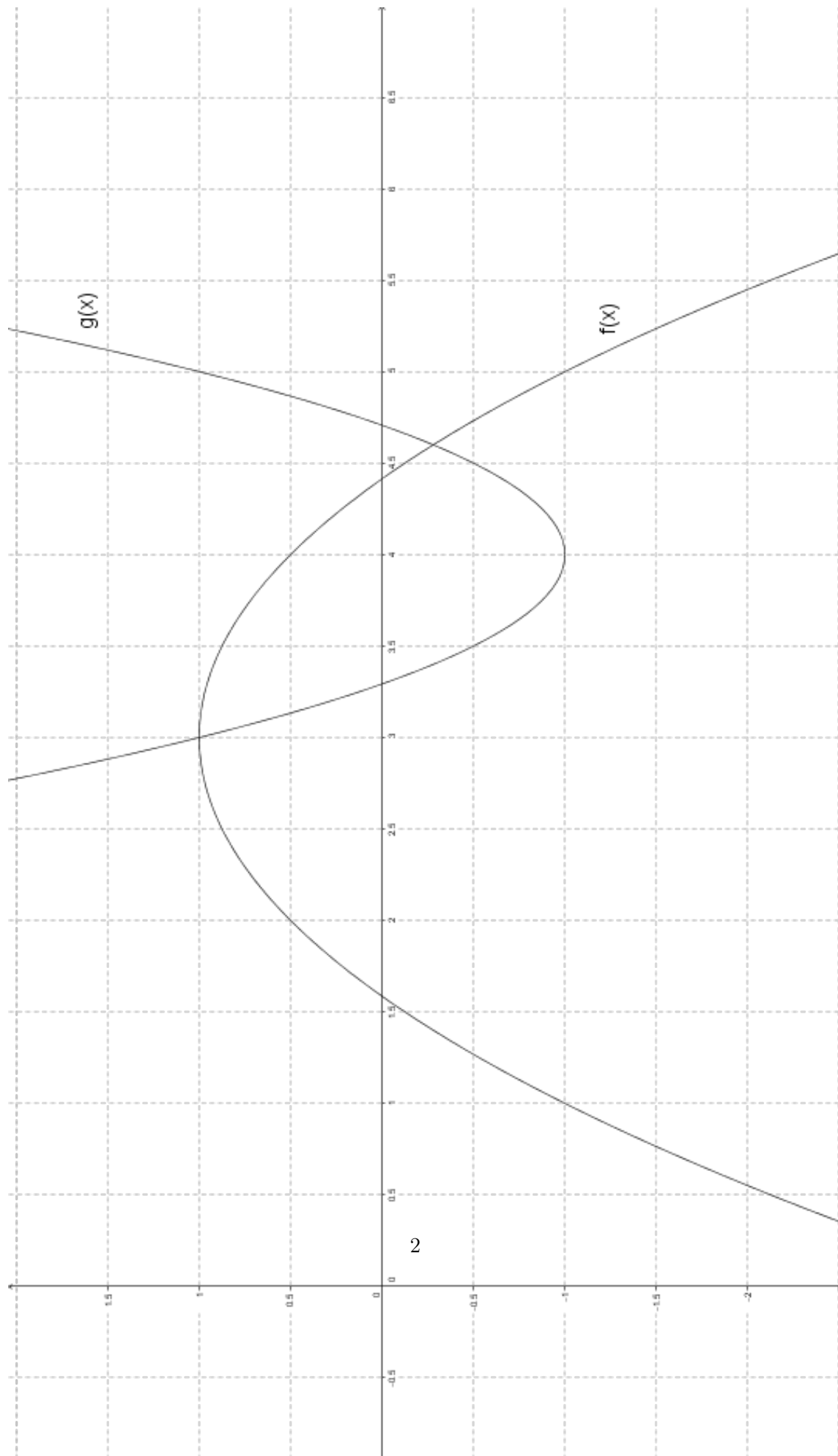
Bestimmen Sie Scheitelpunkte und Nullstellen von  $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$  und  $g(x) = x^2 - 5x + 4$

### Aufgabe 5

Lösen Sie die Gleichungen

- $x^2 - x - 12 = 0$
- $x^2 + 4x = 4x + 25$
- $2x^2 - 4 = x^2 - 4x$

Übungen zu quadratische Funktionen 3



## Übungen zu quadratische Funktionen 3

### Lösungen

#### Aufgabe 1

$a$  bestimmt, ob die Parabel nach oben (positives  $a$ ) oder unten (negatives  $a$ ) geöffnet ist. Zudem bestimmt es, ob die Parabel eine Normalparabel ( $a$  ist 1 oder -1), gestaucht (breiter als die Normalparabel,  $a$  liegt dann zwischen -1 und 1) oder gestreckt (schmäler als die Normalparabel  $a$  ist größer als 1 oder kleiner als -1) ist.  $d$  gibt den negativen  $x$ -Wert des Scheitelpunkts an und  $e$  seinen  $y$ -Wert.

#### Aufgabe 2

$f(x)$ : Scheitelpunkt (3|1), Öffnung -0,5. Scheitelpunktsform:  $f(x) = -0,5(x - 3)^2 + 1$ , Nullstellen:

$$\begin{aligned} -0,5(x - 3)^2 + 1 &= 0 \\ -0,5(x - 3)^2 &= -1 \\ (x - 3)^2 &= 2 \\ x - 3 = \sqrt{2} & \quad v \quad x - 3 = -\sqrt{2} \\ x = 3 + \sqrt{2} & \quad v \quad x = 2 - \sqrt{2} \\ x \cong 4,41 & \quad v \quad x \cong 1,59 \end{aligned}$$

Normalform: Anwenden der binomische Formel:

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,5(x - 3)^2 + 1 \\ &= -0,5(x^2 - 6x + 9) + 1 \\ &= -0,5x^2 + 3x - 4,5 + 1 \\ &= -0,5x^2 + 3x - 3,5 \end{aligned}$$

$g(x)$ : Scheitelpunkt (4|-1), Öffnung 2. Scheitelpunktsform:  $g(x) = 2(x - 4)^2 - 1$ , Nullstellen:

$$\begin{aligned} 2(x - 4)^2 - 1 &= 0 \\ 2(x - 4)^2 &= 1 \\ (x - 4) &= 0,5 \\ x - 4 = \sqrt{0,5} & \quad v \quad x - 4 = -\sqrt{0,5} \\ x = 4 + \sqrt{0,5} & \quad v \quad x = 4 - \sqrt{0,5} \\ x \cong 4,71 & \quad v \quad x \cong 3,29 \end{aligned}$$

Normalform:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x - 4)^2 - 1 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 1 \\ &= 2x^2 - 16x + 32 - 1 \\ &= 2x^2 - 16x + 31 \end{aligned}$$

## Übungen zu quadratische Funktionen 3

### Aufgabe 3

Erreichen des Bodens: Nullstelle

$$\begin{aligned}-1,25x^2 + 2,5x + 3,75 &= 0 \quad | : (-1,25) \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ x_{1|2} &= 1 \pm \sqrt{1+4} \\ x_{1|2} &= 1 \pm 2 \\ x_1 &= -1 \vee x_2 = 3\end{aligned}$$

Der Wasserstrahl trifft in einem Abstand von 3 Metern von der Düse auf den Boden.

Höhe des Wasserstrahls: Scheitelpunkt

$$\begin{aligned}y &= -1,25x^2 + 2,5x + 3,75 \\ &= -1,25(x^2 - 2x - 3) \\ &= -1,25(x^2 - 2x + 1 - 1 - 3) \\ &= -1,25((x-1)^2 - 4) \\ &= -1,25(x-1)^2 + 5\end{aligned}$$

Die Fontäne erreicht 1 Meter von der Düse entfernt eine Höhe von 5 Metern.

Wann ist eine Höhe von 4 Metern erreicht? Die Funktion wird gleich 4 gesetzt:

$$\begin{aligned}-1,25x^2 + 2,5x + 3,75 &= 4 \quad | -4 \\ -1,25x^2 + 2,5x - 0,25 &= 0 \quad | : (-1,25) \\ x^2 - 2x + 0,2 &= 0 \\ x_{1|2} &= 1 \pm \sqrt{1-0,2} \\ x_{1|2} &= 1 \pm \sqrt{0,8} \\ x_1 &= 1,89 \vee x_2 = 0,11\end{aligned}$$

Nach 0,11 und nach 1,89 Metern erreicht die Fontäne eine Höhe von 4 Metern.

Welche Höhe hat sie nach 0,5 Metern? Es wird 0,5 in die Funktion eingesetzt:

$$\begin{aligned}f(0,5) &= -1,25 * 0,5^2 + 2,5 * 0,5 + 3,75 \\ &= 4,6875\end{aligned}$$

Der Wasserstrahl erreicht eine Höhe von ungefähr 4,69 Metern.

### Aufgabe 4

Scheitelpunkt:

### Übungen zu quadratische Funktionen 3

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^2 + 2x - 12 \\ &= 2(x^2 + x - 6) \\ &= 2(x^2 + x + 0,25 - 0,25 - 6) \\ &= 2((x + 0,5)^2 - 6,25) \\ &= 2(x + 0,5)^2 - 12,5\end{aligned}$$

Der Scheitelpunkt ist bei  $(-0,5|-12,5)$

Nullstellen:

$$\begin{aligned}2((x + 0,5)^2 - 6,25) &= 0 \quad | : 2 \\ (x + 0,5)^2 - 6,25 &= 0 \quad | + 6,25 \\ (x + 0,5)^2 &= 6,25 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ x + 0,5 = 2,5 \quad \vee \quad x + 0,5 = -2,5 & \quad | - 0,5 \\ x = 2 \quad \vee \quad x = -3 &\end{aligned}$$

Die Nullstellen sind bei -2 und 3.

Aufgabe 5

$$\begin{aligned}x^2 - x - 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow x_{1|2} &= 0,5 \pm \sqrt{0,25 + 12} \\ \Leftrightarrow x_{1|2} &= 0,5 \pm \sqrt{12,25} \\ \Leftrightarrow x_{1|2} &= 0,5 \pm 3,5 \\ \Leftrightarrow x_1 &= -3 \quad \vee \quad x_2 = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 4x &= 4x + 25 \quad | - 4x \\ \Leftrightarrow x^2 &= 25 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ x &= 5 \quad \vee \quad x = -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x^2 + 4 &= x^2 - 4x \quad | - x^2 + 4x \\ x^2 + 4x + 4 &= 0 \\ x_{1|2} &= -2 \pm \sqrt{4 - 4} \\ x &= -2\end{aligned}$$