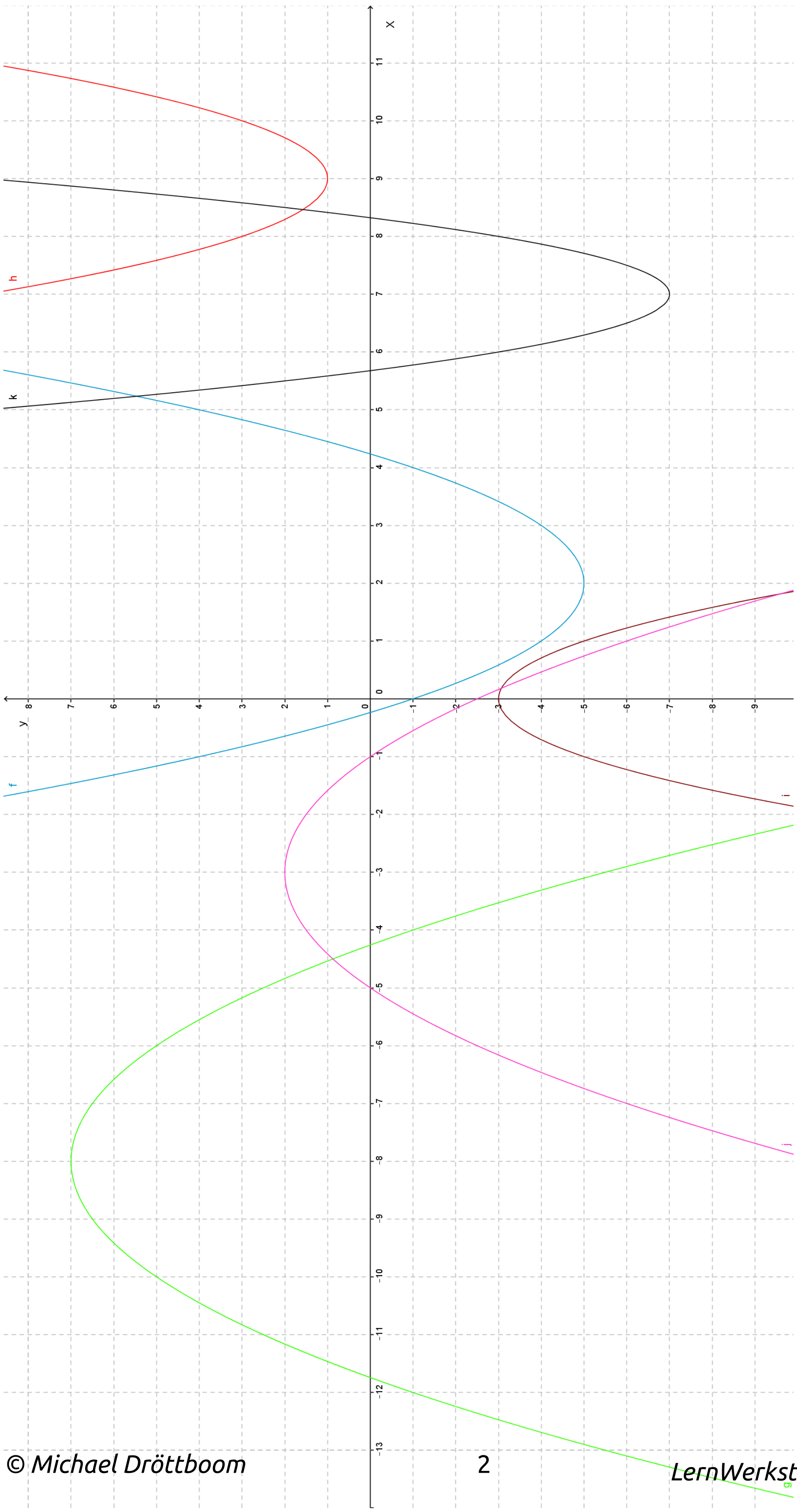
1. Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen und die Nullstellen der Parabeln auf der folgenden Seite. Geben Sie die Funktionsgleichung sowohl in Normalform als auch in Scheitelpunktsform an.
2. Ein Kugelstoßer liegt vor dem letzten Versuch ihn seinem Wettbewerb mit 19,87 m auf Platz 3. Der Führende hat eine Weite von 20,10 m erreicht und der zweite kam auf 19,93 m.

   Der Kugelstoßer stößt seine Kugel auf einer Bahn, die durch die quadratische Funktion $y = -0,05x^2 + 0,91x + 1,89$ beschrieben werden kann. Dabei gibt y die Höhe der Kugel und x die erreichte Weite an.

   a) Aus welcher Höhe stößt der Kugelstoßer die Kugel ab?

   b) Verbessert er sich mit seinem Stoß?

   c) Wie hoch fliegt die Kugel?
3. Der Anhalteweg eines Kraftwagens kann durch die Funktion $y = a * x^2 + 0,3x$ berechnet werden. Dabei kann a verschieden Werte annehmen: Für einen LKW auf trockener Straße ist $a = 0,009$, für einen LKW auf nasser Straße ist $a = 0,013$ und für einen PKW auf trockener Straße ist $a = 0,008$. Sie beobachten einen Bremsweg von 37,5 Metern bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h. Um welches Fahrzeug auf welchem Untergrund handelt es sich? Legen Sie eine Wertetabelle an, bei der Sie die Anhaltewege für alle drei Fahrzeugtypen für jeweils 30, 50, 80 und 100 km/h ablesen können.


x
y
f
g
h
i
j
k

Lösung Kugelstoßer

Um die Abstoßhöhe zu errechnen, setzen wir 0 für x in die Formel ein und erhalten y=1,89 . Der Kugelstoßer stößt also in einer Höhe von 1,89 Metern ab.

Um die Stoßweite zu errechnen, muss man die Nullstellen suchen. Dies kann man beispielsweise über die p-q-Formel tun:

$$\begin{array}{rcl} & -0,05x^2 + 0.91x + 1,89 = 0 & \mid : (-0,05) \\ \Longleftrightarrow & x^2 - 18,2x - 37,8 = 0 & \mid \text{p} - \text{q} - \text{Formel} \\ \Longleftrightarrow & x_{1/2} = 9,1 \pm \sqrt{9,1^2 + 37,8} & \\ \Longleftrightarrow & x_{1/2} = 9,1 \pm 10,98 & \\ \Longleftrightarrow & x_1 = 20,08 \ v \ x_2 = -1,88 & \end{array}$$

Der Kugelstoßer erzielt eine Weite von 20,08 m und verbessert sich auf Platz 2.

Um die größte Höhe zu errechnen, benötigen wir den Scheitelpunkt der Funktion:

$$\begin{array}{rcl} y & = & -0,05x^2 + 0,91x + 1,89 \\ & & -0,05(x^2 - 18,2x - 37,8) \\ & & -0,05(x^2 - 18,2x + 81,81 - 82,81 - 37,8) \\ & & -0,05\left((x-9,1)^2 - 120,61\right) \\ & & -0,05(x-9,1)^2 + 6,0305 \end{array}$$

Die Kugel erreicht nach 9,1 Metern ihre größte Höhe mit 6,0305 Metern.

Lösung Anhalteweg:

Es ist $0,009 * 50^2 + 0,3 * 50 = 37,5$, also handelt es sich um einen LKW auf trockener Straße.

km/h	30	50	80	100
LKW, trockene Fahrbahn	17,1	37,5	81,6	120
LKW, nasse Fahrbahn	20,7	47,4	107,2	160
PKW, nasse Fahrbahn	16,2	35	75,2	110

Lösungen Parabeln:

blau: Scheitelpunkt (2/-5), Öffnung 1

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & (x-2)^2 - 5 \\ & = & x^2 - 4x + 4 - 5 \\ & = & x^2 - 4x - 1 \end{array}$$

Nullstellen:

$$\begin{array}{rcl} & (x-2)^2-5=0 & \mid +5 \\ \Longleftrightarrow & (x-2)^2=5 & \mid\sqrt{} \\ \Longleftrightarrow & x-2=\sqrt{5}\ v\ x-2=-\sqrt{5} & \mid +2 \\ \Longleftrightarrow & x=2+\sqrt{5}\ v\ x=2-\sqrt{5} & \end{array}$$

hellgrün: Scheitelpunkt (-8/7), Öffnung -0,5

$$\begin{aligned} g(x) &= -0,5(x-8)^2+7 \\ &= -0,5(x+16x+64)+7 \\ &= -0,5x^2-8x-32+7 \\ &= -0,5x^2-8x-25 \end{aligned}$$

Nullstellen:

$$\begin{array}{rcl} & -0,5(x-8)^2+7=0 & \mid -7 \\ \Longleftrightarrow & -0,5(x-8)^2=-7 & \mid :(-0,5) \\ \Longleftrightarrow & (x-8)^2=14 & \mid\sqrt{} \\ \Longleftrightarrow & x-8=\sqrt{14}\ v\ x-8=-\sqrt{14}\mid +8 & \\ \Longleftrightarrow & x=8+\sqrt{14}\ v\ x=8-\sqrt{14} & \end{array}$$

hellrot: Scheitelpunkt (9/1), Öffnung 2

$$\begin{aligned} h(x) &= 2(x-9)^2+1 \\ &= 2(x^2-18x+81)+1 \\ &= 2x^2-36x+162+1 \\ &= 2x^2-36x+163 \end{aligned}$$

Nullstellen:

$$\begin{array}{rcl} & 2(x-9)^2+1=0 & \mid -1 \\ \Longleftrightarrow & 2(x-9)^2=-1 & \mid :2 \\ \Longleftrightarrow & (x-9)^2=-1/2 & \mid\sqrt{} \end{array}$$

keine Lösung

braun: Scheitelpunkt (0/-3), Öffnung -2

$$i(x) = -2x^2-3$$

Nullstellen:

$$\begin{aligned} & -2x^2 - 3 = 0 && \mid +3 \\ \Longleftrightarrow\quad & -2x^2 = 3 && \mid :(-2) \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = -3/2 && \mid \surd \\ & \text{keine Lösung} && \end{aligned}$$

dunkelrot: Scheitelpunkt (-3/1), Öffnung -0,5

$$\begin{aligned} j(x) &= -0,5(x+3)^2 - 1 \\ &= -0,5(x^2 + 6x + 9) - 1 \\ &= -0,5x^2 - 3x - 4,5 - 1 \\ &= -0,5x^2 - 3x - 5,5 \end{aligned}$$

Nullstellen:

$$\begin{aligned} & -0,5(x+3)^2 - 1 = 0 && \mid +1 \\ \Longleftrightarrow\quad & -0,5(x+3)^2 = 1 && \mid :(-0,5) \\ \Longleftrightarrow\quad & (x+3)^2 = -2 && \mid \surd \\ \Longleftrightarrow\quad & \text{keine Lösung} && \end{aligned}$$

schwarz Scheitelpunkt (7/-7), Öffnung 4

$$\begin{aligned} k(x) &= 4(x-7)^2 - 7 \\ &= 4(x^2 - 14x + 49) - 7 \\ &= 4x^2 - 56x + 196 - 7 \\ &= 4x^2 - 56x + 189 \end{aligned}$$

Nullstellen:

$$\begin{aligned} & 4(x-7)^2 - 7 = 0 && \mid +7 \\ \Longleftrightarrow\quad & 4(x-7)^2 = 7 && \mid :4 \\ \Longleftrightarrow\quad & (x-7)^2 = 7/4 && \mid \surd \\ \Longleftrightarrow\quad & x - 7 = \sqrt{7/4} \; v \; x - 7 = -\sqrt{7/4} && \mid +7 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 7 + \sqrt{7/4} \; v \; x = 7 - \sqrt{7/4} && \end{aligned}$$