

Lineare Funktionen 2

1. Ein Wasserbecken, das 10.000 Liter fasst, wird mit Wasser gefüllt. am Anfang sind 250 Liter Wasser im Becken. Jede Minute fließen durch einen Zulauf 75 Liter Wasser in das Becken.
 - a) Stellen Sie eine Funktion auf, die den Füllstand des Beckens nach x Minuten angibt.
 - b) Wie voll ist das Becken nach 10 Minuten?
 - c) Wann ist das Becken voll?
 - d) Angenommen, die 250 Liter Wasser zu Beginn sind auch durch den Zulauf ins Becken gekommen. Wann hätte die Füllung des Beckens begonnen?
2. Sie haben die Wahl zwischen drei Handytarifen:
 - Tarif 1: Sie zahlen pro Monat eine Grundgebühr von 19,95 €, für Gesprächsminuten fallen keine weiteren Kosten an
 - Tarif 2: Sie zahlen eine Grundgebühr von 9,95 € und eine Gebühr von 0,20 € pro Gesprächsminute
 - Tarif 3: Es gibt keine Grundgebühr, jede Gesprächsminute kostet 0,50 €
 - a) Stellen sie die zugehörigen Funktionsterme für die drei Tarife auf.
 - b) Welcher der Tarife ist bei
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50
 - 60Gesprächsminuten am günstigsten?
 - c) Zeichnen Sie die drei Tarife in ein Diagramm (x ungefähr von 0 bis 70 Minuten, y zwischen 0 und 30 €).
 - d) Berechnen Sie allgemein, welcher Tarif für welche Gesprächszeit am günstigsten ist.
3. Am Anfang eines Jahres wird ein Baum von 1,60 Meter Höhe gepflanzt. Dieser Baum wächst pro Jahr 30 cm.
 - a) Stellen Sie eine Funktion auf, die das Wachstum des Baumes beschreibt.
 - b) Zeichnen Sie einen Graphen, der das Wachstum des Baumes erfasst?
 - c) Wann ist der Baum 10 Meter hoch? Lösen Sie diese Frage rechnerisch und zeichnerisch.
 - d) Angenommen, der Baum ist die ganze Zeit mit dieser Geschwindigkeit gewachsen. Wann ist der gepflanzt worden?
 - e) Was spricht dagegen, dass der Baum die ganze Zeit mit der gleichen Geschwindigkeit wächst?

Lineare Funktionen 2

1. a) $y = 250 + 75x$
 b) $y = 250 + 75 \cdot 10 = 250 + 750 = 1.000$
 c)

$$\begin{aligned} 10.000 &= 250 + 75x & | - 250 \\ \Leftrightarrow 9.750 &= 75x & | : 75 \\ \Leftrightarrow x &= 130 \end{aligned}$$

Es dauert 130 Minuten.

- d)
- $$\begin{aligned} 0 &= 250 + 75x & | - 250 \\ \Leftrightarrow -250 &= 75x & | : 75 \\ \Leftrightarrow x &= -3, \bar{3} \end{aligned}$$

Die Füllung hätte 3 Minuten und 20 Sekunden vorher begonnen.

- a) x ist die Anzahl der Gesprächsminuten: Tarif 1: $y = 19,95$, Tarif 2: $y = 9,95 + 0,2x$, Tarif 3: $y = 0,5x$
 b) Tarif 1 kostet immer 19,95 €,

Tarif 2:

| Minuten | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Kosten in € | 11,95 | 13,95 | 15,95 | 17,95 | 19,95 | 21,95 |

Tarif 3:

| Minuten | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| Kosten in € | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |

Also ist Tarif 3 bei 10, 20 und 30 Minuten am günstigsten, Tarif 2 bei 40 und 50 Minuten (gemeinsam mit Tarif 1) und Tarif 1 bei 60 Minuten.

- c) Siehe Abbildung 1

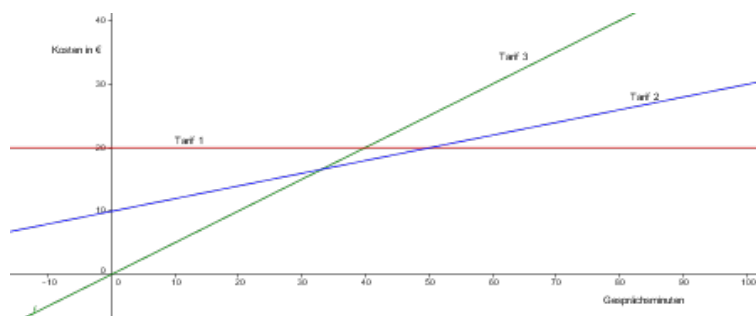


Abbildung 1: Die drei Handytarife

- d) Wir wissen, dass Tarif 3 für geringe Gesprächsdauern am günstigsten ist und von Tarif 2 abgelöst wird, wenn die Gesprächsdauer länger wird. Für eine

Lineare Funktionen 2

noch längere Gesprächsdauer ist Tarif 3 am günstigsten.¹ Für den Wechsel von Tarif 3 zu Tarif 2 müssen die Kosten der beiden Tarife gleich sein:

$$\begin{aligned}0,5x &= 9,95 + 0,2 & | - 0,2x \\ \Leftrightarrow 0,3x &= 9,95 & | : 0,3 \\ \Leftrightarrow x &= 33,1\bar{6}\end{aligned}$$

Bei 33 Minuten und 10 Sekunden sind die beiden Tarife gleich teuer. Die Kosten sind $0,5 \cdot 33,1\bar{6} = 16,58 \text{ €}$.² Wie wir oben schon ausgerechnet haben, sind die Tarife 2 und 3 bei 50 Minuten gleich teuer.

2. Baum

- a) Die Funktion des Baumwachstums ist $h(x) = 1,60 + 0,3x$. Dabei ist $h(x)$ die Höhe des Baumes in Metern und x die Zeit in Jahren.
b) Siehe Abbildung 2

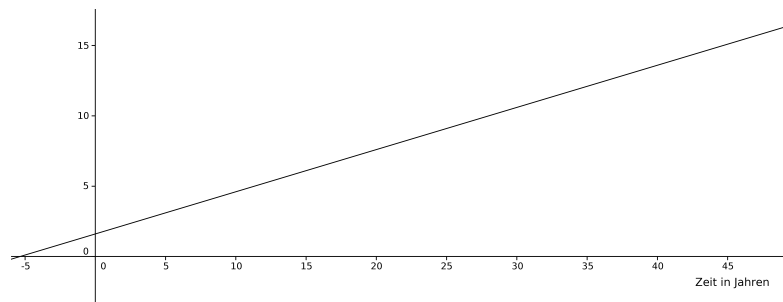


Abbildung 2: Die Wachstumsfunktion des Baumes

- c) Es ist zu lösen $h(x) = 10$:

$$\begin{aligned}1,6 + 0,3x &= 10 & | - 1,6 \\ \Leftrightarrow 0,3x &= 8,4 & | : 0,3 \\ \Leftrightarrow x &= 28\end{aligned}$$

Es dauert 28 Jahre.

Beim Ablesen wählen Sie auf der y -Achse den Wert 10 und gehen so lange nach rechts, bis Sie auf die Funktion stoßen. Von dort gehen Sie senkrecht nach unten bis zur x -Achse. Der Wert, den Sie dort haben, müssten 28 sein.

- d) Es ist zu lösen $h(x) = 10$:

$$\begin{aligned}1,6 + 0,3x &= 0 & | - 1,6 \\ \Leftrightarrow 0,3x &= -1,6 & | : 0,3 \\ \Leftrightarrow x &= -5,3\bar{3}\end{aligned}$$

¹Für steigendes x ist erst Tarif 3 günstiger, dann Tarif 2, dann Tarif 1.

²Wir könnten die Gesprächsdauer auch in den anderen Tarif einsetzen - mit demselben Ergebnis.

Lineare Funktionen 2

Da das Ergebnis negativ ist, liegt das Ereignis in der Vergangenheit. Es liegt $5, \bar{3}$ Jahre - also 5 Jahre und 4 Monate - in der Vergangenheit.

3. Es ist unwahrscheinlich, dass ein Baum immer mit 30 Zentimeter pro Jahr wächst; es gibt durchaus kältere und wärmere Jahre und solche mit weniger oder mehr Regen. Zudem wird das Wachstum natürlicherweise nicht immer gleich sein. Am Anfang wächst der Baum schneller, zum Ende seines Lebens langsamer. Der Baum wird auch nicht endlos lange wachsen. eine Beschränkung von x scheint daher sinnvoll zu sein.