

Lineare Gleichungssysteme 1

1. Lösen Sie die folgenden Linearen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren. Führen Sie die Probe durch.

a)

$$\text{I } y = x + 4$$

$$\text{II } y = 2x - 4$$

b)

$$\text{I } y = x - 2$$

$$\text{II } y = 5x - 2$$

c)

$$\text{I } y = 4x - 5$$

$$\text{II } y = 2x + 1$$

d)

$$\text{I } y = 8x - 1$$

$$\text{II } y = -4x + 11$$

e)

$$\text{I } 2y = x - 5$$

$$\text{II } y = -4x + 11$$

f)

$$\text{I } 2y = x - 3$$

$$\text{II } 3y = -4x + 12$$

2. Nutzen Sie nun das Einsetzungsverfahren. Führen Sie auch hier die Probe durch.

a)

$$\text{I } y = x - 3$$

$$\text{II } 3y = -4x + 12$$

b)

$$\text{I } 2y + 3x = -3$$

$$\text{II } 3y = -6x + 12$$

c)

$$\text{I } 2y + 6x = 8$$

$$\text{II } 3y + x = 4$$

d)

$$\text{I } 3y + 6x = 0$$

$$\text{II } 6y + 3x + 9 = 0$$

Lösungen: (1; 1), (3; -1), (11; -18), (0; -2), (8; 12), (1; -2), (3; 0), (1; 7), (3; 0), (3; 7)

Lineare Gleichungssysteme 1

1. Gleichsetzungsverfahren

a) Wir setzen I = II:

$$\begin{aligned}x + 4 &= 2x - 4 & | -x + 4 \\ \Leftrightarrow 8 &= x\end{aligned}$$

$x = 8$ in z.B. I einsetzen: $y = 8 + 4 = 12$. Probe in II:

$$y = 2 * 8 - 4 = 16 - 4 = 12$$

$$\mathbb{L} = \{(8; 12)\}$$

b) Wir setzen I = II:

$$\begin{aligned}x - 2 &= 5x - 2 & | x + 2 \\ \Leftrightarrow 0 &= 4x & | : 4 \\ \Leftrightarrow x &= 0\end{aligned}$$

$x = 0$ in z.B. I einsetzen: $y = x - 2 = -2$. Probe in II: $y = 5 * 0 - 2 = -2$

$$\mathbb{L} = \{(0; -2)\}$$

c) Wir setzen I = II:

$$\begin{aligned}4x - 5 &= 2x + 1 & | 2x + 5 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 & | : 2 \\ \Leftrightarrow x &= 3\end{aligned}$$

$x = 3$ in z.B. I einsetzen: $y = 4 * 3 - 5 = 7$. Probe in II: $y = 2 * 3 + 1 = 7$

$$\mathbb{L} = \{(3; 7)\}$$

d) Wir setzen I = II:

$$\begin{aligned}8x - 1 &= -4x + 11 & | + 4x + 1 \\ \Leftrightarrow 12x &= 12 & | : 4 \\ \Leftrightarrow x &= 1\end{aligned}$$

$x = 1$ in z.B. I einsetzen: $y = 8 * 1 - 1 = 7$. Probe in II: $y = -4 * 1 + 11 = 7$

$$\mathbb{L} = \{(1; 7)\}$$

e) Bevor wir gleich setzen können, muss auf den linken Seiten beider Gleichungen der selbe Term stehen. Dies können wir beispielsweise dadurch schaffen, dass wir die Gleichung II mit 2 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$\begin{aligned}\text{I} \quad 2y &= x - 1 \\ \text{IIa} \quad 2y &= -8x + 22\end{aligned}$$

Wir setzen I = IIa:

$$\begin{aligned}9x - 5 &= -8x + 22 & | + 8x + 5 \\ \Leftrightarrow 9x &= 27 & | : 9 \\ \Leftrightarrow x &= 3\end{aligned}$$

Lineare Gleichungssysteme 1

$x = 3$ in z.B. II einsetzen: $y = -4 * 3 + 11 = -1$. Probe in I: $2 * 1 = -3 - 1$
 $\mathbb{L} = \{(3; -1)\}$

- f) Wie in der vorherigen Aufgabe müssen auch hier auf den linken Seiten der Gleichungen die selben Terme stehen.. Dies können wir beispielsweise dadurch schaffen, dass wir Gleichung I mit 3 und Gleichung II mit 2 multiplizieren. Dann steht bei beiden Gleichungen $6y$ auf der linken Seite. Wir erhalten dann:

$$\text{Ia} \quad 6y = 3x - 9$$

$$\text{IIa} \quad 6y = -8x + 24$$

Wir setzen Ia = IIa:

$$\begin{aligned} 3x - 9 &= -8x + 24 \quad | + 8x + 9 \\ \Leftrightarrow 11x &= 33 \quad | : 11 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$x = 3$ in z.B. I einsetzen: $2y = 3 - 3 = 0 \rightarrow x = 0$. Probe in II:
 $3 * 0 = -4 * 3 + 12$
 $\mathbb{L} = \{(3; 0)\}$

a)

$$\text{I} \quad 2y = x - 5$$

$$\text{II} \quad y = -4x + 11$$

Gleichung I ist schon nach y umgeformt, so dass wir für y in Gleichung II einsetzen können:

$$\begin{aligned} 3(x - 3) &= -4x + 12 \\ \Leftrightarrow 3x - 9 &= -4x + 12 \quad | + 4x + 9 \\ \Leftrightarrow 7x &= 21 \quad | : 7 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

y rechnen wir am besten in Gleichung I aus (weil dort schon y alleine auf einer Seite steht): $y = 3 - 3 = 0$. Probe in Gleichung II: $3 * 0 = -4 * 3 + 12$
 $\mathbb{L} = \{(3; 0)\}$

- b) Hier können wir Gleichung II durch 3 dividieren und erhalten IIa:
 $y = -2x + 4$. Dies können wir anschließend in Gleichung I einsetzen:

$$\begin{aligned} 2(-2x + 4) + 3x &= -3 \\ \Leftrightarrow -4x + 8 + 3x &= -3 \quad | - 8 \\ \Leftrightarrow -x &= -11 \quad | : (-1) \\ \Leftrightarrow x &= 11 \end{aligned}$$

Lineare Gleichungssysteme 1

$x = 11$ können wir anschließend in Gleichung IIa einsetzen und erhalten:

$y = -2 * 11 + 4 = -18$. Die Probe in Gleichung I ergibt

$$2 * (-18) + 3 * 11 = -36 + 33 = -3$$

$$\mathbb{L} = \{(11; -18)\}$$

- c) Hier können wir Gleichung II nach x umstellen und anschließend x in Gleichung I ersetzen. Es ist IIa: $x = 4 - 3y$ und damit

$$\begin{aligned} 2y + 6(4 - 3y) &= 8 \\ \Leftrightarrow 2y + 24 - 18y &= 8 \quad | -24 \\ \Leftrightarrow -16y &= -16 \quad | : (-16) \\ \Leftrightarrow y &= 1 \end{aligned}$$

$y = 1$ setzen wir in Gleichung IIa ein und erhalten $x = 4 - 3 * 1 = 1$. Die Probe in Gleichung I ergibt $2 * 1 + 6 * 1 = 8$.

$$\mathbb{L} = \{(1; 1)\}$$

- d) Wir können Gleichung I zu Ia: $y = -2x$ umformen und dies in Gleichung II einsetzen:

$$\begin{aligned} 6 * (-2x) + 3x + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow -12x + 3x + 9 &= 0 \quad | -9 \\ \Leftrightarrow -9x &= -9 \quad | : (-9) \\ \Leftrightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

$x = 1$ setzen wird in Gleichung Ia ein und erhalten $y = -2$. Die Probe in Gleichung II ergibt $6 * (-2) + 3 * 1 + 9 = -12 + 3 + 9 = 0$.

$$\mathbb{L} = \{(1; -2)\}$$