

Übung zu Flächeninhalten 3

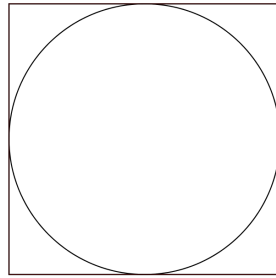


Abbildung 1: Quadrat und Kreis

1. Ein Farmer in den USA hat ein rechteckiges Feld mit einer Seitenlänge von 100 Metern.
 - a) Berechnen Sie die Größe des Feldes in
 - i. m^2
 - ii. a
 - iii. ha
 - iv. km^2
 - b) Der Farmer will das Feld automatisch mit einer Bewässerungsanlage wässern. Dazu wird in der Mitte des Feldes eine Düse angebracht, die eine kreisförmige Fläche bewässern kann (vgl. Abbildung 1). Wie groß ist die bewässerte Fläche? Bestimmen Sie zur Berechnung zuerst den Radius des Kreises.
 - c) Berechnen Sie wie viel Prozent der Fläche des Feldes nicht bewässert werden. Die Fläche des Quadrats entspricht 100%.
 - d) Der Farmer kommt auf die Idee, dass er die bewässerte Fläche mit 4 anstatt einer Düse erhöhen könnte (vgl. Abbildung 2). Berechnen Sie die bewässerte Fläche für diesen Fall.
 - e) Wie groß ist die bewässerte Fläche, wenn vier Düsen in den Ecken des Quadrats platziert werden und von dort aus jeweils ein Viertelkreis bewässert wird?
2. Berechnen Sie die grauen Flächen. Die Seitenlänge der Quadrate ist jeweils 4 cm. In der letzten Aufgabe ist $a = 4$ cm.

Übung zu Flächeninhalten 3

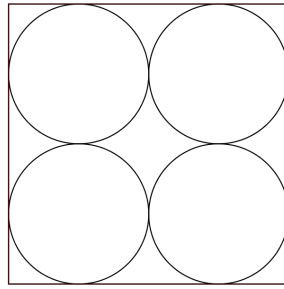


Abbildung 2: Mehrere Bewässerungsstellen im Feld

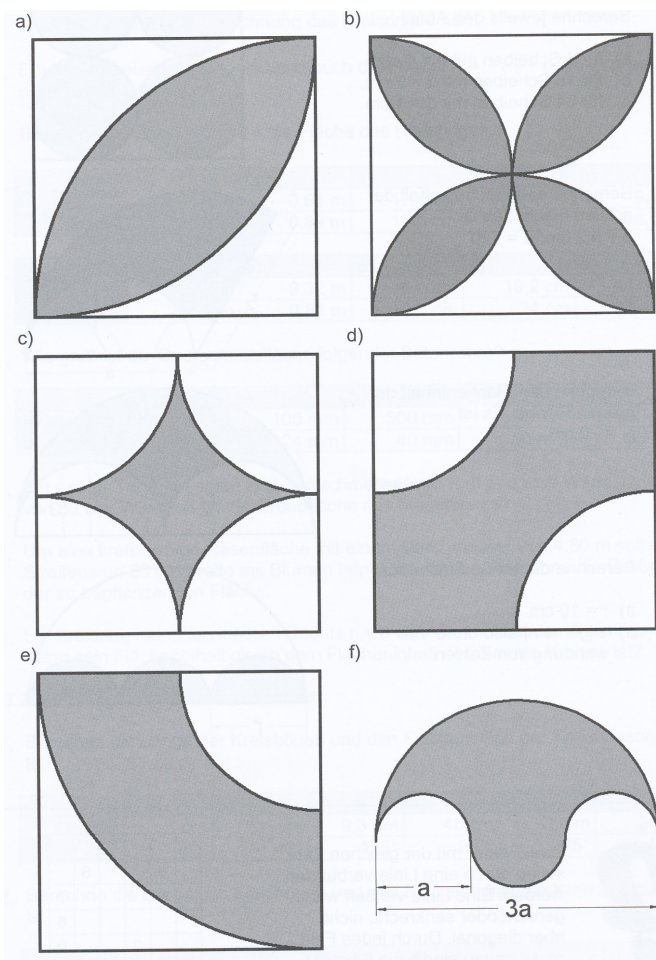


Abbildung 3: Kreisflächen

Übung zu Flächeninhalten 3

1. a) Die Flächen:
 - i. $100 \text{ m} * 100 \text{ m} = 10.000 \text{ m}^2$
 - ii. 100 a
 - iii. 1 a
 - iv. $0,01 \text{ km}^2$
- b) Der Radius des Kreises ist 50 Meter. Die Fläche ist damit $A = \pi * 50^2 = 7.583,98 \text{ m}^2$.
- c) Das Quadrat mit seiner Fläche von 10.000 m^2 ist der Grundwert. Der Prozentsatz der bewässert wird, ist damit

$$p = \frac{7.583,98}{10.000} * 100 = 75,84\%$$

- d) Wenn es vier gleich große Kreise gibt, hat jeder Kreis einen Radius von 25 Meter (50 dividiert durch 2, damit wir $2*2$ Kreise auf die Fläche bekommen). Als Gesamtfläche ergibt sich $A = 4\pi * 25^2 = 7.583,98 \text{ m}^2$. Die bewässerte Fläche ändert sich nicht, die Idee bringt den Farmer nicht weiter.
 - e) Nun haben wir einen Radius von 50 Metern, allerdings wird nun die Fläche, die eine Düse bewässert, nur noch ein Viertel so groß sein wie bei einem ganzen Kreis. Da es insgesamt vier Düsen gibt, wird sich die bewässerte Fläche nicht ändern: $A = 4 * \frac{\pi * 50^2}{4} = 7.583,98 \text{ m}^2$
2. a) Wir wollen die obere linke weiße Fläche errechnen. Dies ist der Rest des Quadrats, wenn wir einen Viertelkreis mit dem Radius 4 cm subtrahieren. Es gilt $A = 4 * 4 - \frac{1}{4}\pi * 4^2 = 16 - 12,57 = 3,43 \text{ cm}^2$. Nun müssen wir diese Fläche zwei Mal von dem Quadrat subtrahieren, da sie einmal oben links und einmal unten rechts in dem Quadrat ist: $A = 16 - 2 * 3,43 = 9,14 \text{ cm}^2$.
 - b) Die Berechnung dieser Fläche erfolgt ähnlich wie in der vorigen Aufgabe. Wir betrachten ein Viertel des Quadrats und berechnen dort die weiße Fläche. Zuerst berechnen wir auch dort einmal eine weiße Fläche, verdoppeln diese und subtrahieren sie anschließend vom Quadrat. Es gilt $A = 2 * 2 - \frac{1}{4}\pi * 2^2 = 4 - 3,14 = 0,86 \text{ cm}^2$. $A = 4 - 2 * 0,86 = 2,28 \text{ cm}^2$. Multiplizieren wir dieses Ergebnis mit 4, da es in dem großen Quadrat vier kleine Quadrate gibt, erhalten wir das gleiche Ergebnis wie in der vorigen Aufgabe.
 - c) In den Ecken finden wir Viertelkreise mit dem Radius 2. Für die Fläche gilt $A = 4 * 4 - 4 * \frac{1}{4} * \pi * 2^2 = 3,43 \text{ cm}^2$
 - d) In den beiden Ecken finden sich 2 Viertelkreise mit dem Radius 2. Es ist $A = 4 * 4 - 2 * \frac{1}{4} * \pi * 2^2 = 9,72 \text{ cm}^2$.
 - e) Nun gibt es im Quadrat 2 Viertelkreise. Einer hat einen Radius von 2 und einer hat einen Radius von 4. Diese beiden müssen voneinander subtrahiert werden: $A = \frac{1}{4} * \pi * 4^2 - \frac{1}{4} * \pi * 2^2 = 9,42 \text{ cm}^2$.
 - f) Es gibt einen Halbkreis mit Radius 6 cm und drei Halbkreise mit je einem Radius von 1,5 cm. Dabei gehören zwei von diesen kleinen Halbkreisen nicht

Übung zu *Flächeninhalten* 3

zur Fläche und einer gehört dazu. Insgesamt muss einer der kleinen Halbkreise von dem großen subtrahiert werden: $A = \frac{1}{2} * \pi * 6^2 - \frac{1}{2} * \pi * 1,5^2 = 53,01 \text{ cm}^2$.