1 Vierecke

Vierecke haben - wie der Name schon sagt - vier Ecken und vier Seiten. Die vier Ecken des Vierecks werden in der Regel mit A, B, C und D bezeichnet.

Die Seite zwischen den Punkten A und B ist die Seite a, die zwischen B und C ist c, die zwischen C und D ist d und die zwischen D und A hei□t d.

Ein Viereck hat vier Diagonalen - dies sind Linien, die durch das Viereck laufen. Die Diagonale e l□uft von A nach C und die Diagonale f von b nach D.

Beim Punkt A ist der Winkel α, bei B β, bei C γ und bei D δ. Die Winkelsumme betr□gt 360°.

1.1 Quadrat

Ein Quadrat hat vier gleichlange Seiten und vier rechte Winkel. Quadrate sind die Vierecke mit den meisten Einschr□nkungen. Um ein Quadrat zu konstruieren oder Fl□che oder Umfang auszurechnen reicht es, die Seitenl□nge a zu kennen. Die Fl□che berechnet sich als $A = a^2$ und der Umfang mit $U = 4 * a$.

Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander und halbieren sich.

Ein Quadrat hat vier Symmetrieachsen: Je eine durch die H□lften der gegen□ber liegenden Seiten und die beiden Diagonalen. zudem ist es zum Schnittpunkt der Diagonalen punktsymmetrisch.

1.2 Rechteck

Ein Rechteck hat zwei Paar gleich lange, parallele Seiten a und b und vier rechte Winkel. Ein Quadrat ist ein Sonderfall des Rechtecks. Die Fl□che eines Rechtecks ist $A = a * b$ und der Umfang ist $U = 2 * a + 2 * b$.

Die Diagonalen halbieren sich.

Ein Rechteck hat zwei Symmetrieachsen: je eine durch die H□lften der gegen□ber liegenden Seiten. Zudem ist es zum Schnittpunkt der Diagonalen punktsymmetrisch.

1.3 Parallelogramm

Ein Parallelogramm hat zwei Paar gleich lange, parallele Seiten. Hat es zus□tzlich vier rechte Winkel, ist es ein Rechteck. Die Fl□che eines Parallelogramms l□sst sich mit

$$\begin{aligned} A = & \quad a * h_a \\ = & \quad b * h_b \end{aligned}$$

berechnen. Dabei sind h_a und h_b die H□hen zu den Seiten a bzw. b. Der Umfang ist $U = 2 * a + 2 * b$.

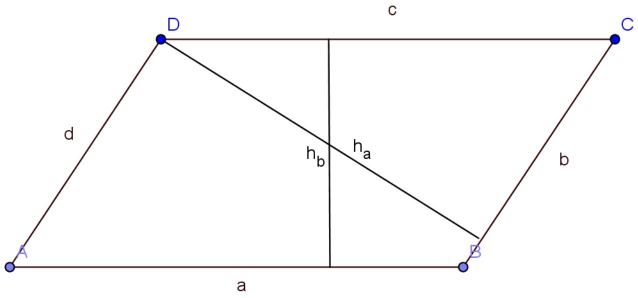

Abbildung 1: Ein Parallelogramm

Die Diagonalen halbieren sich.
Ein Parallelogramm ist zum Schnittpunkt der Diagonalen punktsymmetrisch.

1.4 Raute

Bei einer Raute sind alle vier Seiten gleich lang. Sind die Winkel rechte Winkel, ist es ein Quadrat. Die Fläche eines Trapezes lässt sich mit

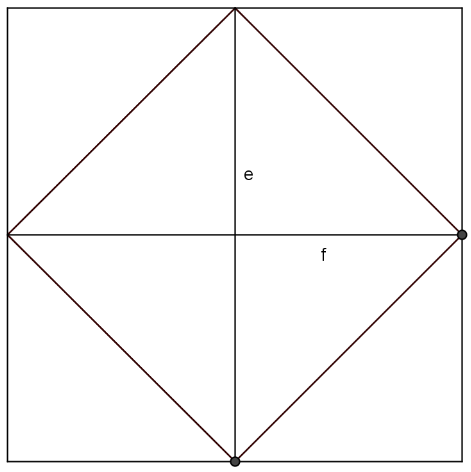

Abbildung 2: Eine Raute (eingeschrieben in ein Quadrat)

$$A = \frac{e * f}{2}$$

berechnen. In der Abbildung 4 sieht man, dass die Raute genau halb so groß ist wie das Quadrat, dem es eingeschrieben ist. Die Seitenlängen des Quadrats sind e und f und das Produkt muss durch 2 dividiert werden. Der Umfang ist $U = 4 * a$.

Die Diagonalen e und f stehen senkrecht aufeinander und halbieren sich.

Eine Raute hat die Diagonalen als Symmetrieachsen und ist zum Schnittpunkt der Diagonalen punktsymmetrisch.

1.5 Drachen

Drachen haben zwei paar gleich lange Seiten, die sich nicht gegen□ber liegen. Sollten alle vier Seiten gleich lang sein, ist es eine Raute. Die Fl□che des Drachen wird wie bei

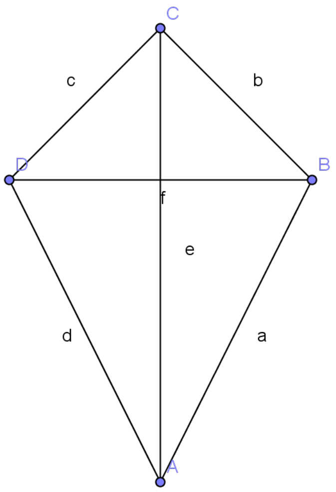

Abbildung 3: Ein Drachen

der Raute berechnet:

$$A = \frac{e * f}{2}.$$

Der Umfang ist $U = 2 * a + 2 * b$.

Die l□ngere Diagonale des Drachen halbiert die k□rzere; die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.

Die l□ngere Diagonale ist die Symmetrieachse des Drachen.

1.6 Trapez

Trapeze haben zwei parallele Seiten - diese hei□en Basis und werden mit a und c bezeichnet. Die beiden anderen Seite b und d werden Schenkel genannt. Sind sie gleich lang, nennt man das Trapez ein symmetrisches; dann sind auch die beiden Basiswinkel gleich gro□. Die Fl□che eines Trapezes wird mit

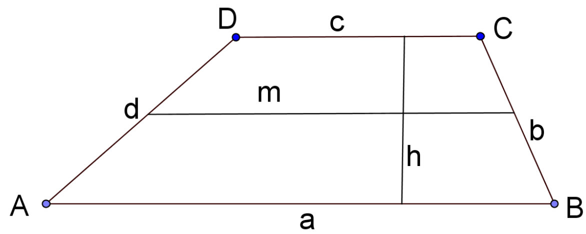

Abbildung 4: Ein Trapez

$$\begin{aligned} A = & \frac{a+c}{2} * h \\ = & m * h \end{aligned}$$

berechnet. Der Umfang beträgt $U = a + b + c + d$.

1.7 Unregelmäßige Vierecke

Unregelmäßige Vierecke können nicht in eine der anderen Kategorien eingeordnet werden. Es gibt keine Formel zur Berechnung ihre Flächeninhalts; man kann sie höchstens in kleinere Vier- oder Dreiecke zerlegen. Der Umfang ist $U = a + b + c + d$.

2 Dreiecke

Dreiecke sind die Gebilde mit den wenigsten Ecken, die eine Fläche umschließen. Sie haben drei Ecken und drei Seiten. Die drei Ecken werden mit A, B und C bezeichnet. Gegenüber einer Ecke liegt die Seite mit der gleichen Bezeichnung in Kleinbuchstaben: a liegt gegenüber von A, b gegenüber von B und c gegenüber von C. Dies ist auch in Abbildung 5 so. Die Winkel in den Ecken werden mit α (bei Punkt A), β (bei Punkt B)

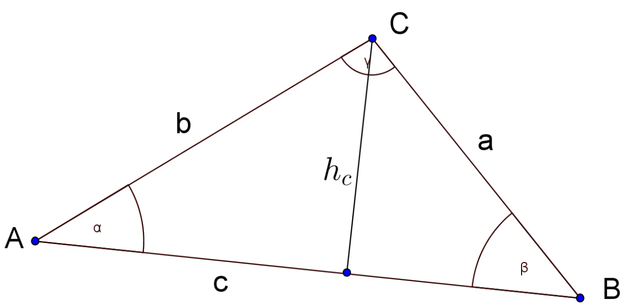

Abbildung 5: Ein Dreieck

und γ (bei Punkt c) bezeichnet. Die Summe der Winkel ist immer 180°.

In dem Dreieck ist ebenfalls die H□he der Seite c (h_c) eingezeichnet. Eine H□he steht immer senkrecht auf einer Seite und geht durch den gegen□berliegenden Punkt. So wie es h_c gibt, gibt es auch h_a (senkrecht zu a, l□uft durch A) und h_b (senkrecht zu b und l□uft durch B). Eine H□he kann auch au□erhalb des Dreiecks verlaufen.

Man unterscheidet verschiedene Typen von Dreiecken:

- Spitzwinkliges Dreieck: Alle Winkel in dem Dreieck sind kleiner als 90°,
- Rechtwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist 90°, die beiden anderen m□ssen spitze Winkel sein,
- Stumpfwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist gr□□er als 90°, die beiden anderen sind spitze Winkel,
- Gleichschenkliges Dreieck: Zwei der drei Seiten sind gleich lang; das bedeutet, dass auch die gegen□ber den Seiten gegen□ber liegenden Winkel gleich gro□ sind,
- Gleichseitiges Dreieck: Alle Seiten sind gleich lang, alle Winkel haben eine Gr□□e von 60°.

Der Umfang eines Dreiecks - dies ist die L□nge aller Seiten - wird mit $U = a + b + c$ berechnet - es werden also einfach die Seitenl□ngen addiert.

Wenn man das Dreieck verdoppelt, um 180° dreht und dann wieder an das Dreieck anlegt, erh□lt man ein Parallelogramm. Ein Dreieck ist immer halb so gro□ wie das dazu passende Parallelogramm. Seien Fl□che wird mit der Formel „Grundseite*(zugeh□rige) H□he geteilt durch 2“ berechnet, oder formal:

$$\begin{aligned} A = & \frac{c * h_c}{2} \\ = & \frac{b * h_b}{2} \\ = & \frac{a * h_a}{2} \end{aligned}$$

Man hat somit drei M□glichkeiten zur Berechnung der Fl□che.

3 Der Kreis

Ein Kreis ist durch seinen Mittelpunkt und seinen Radius r gekennzeichnet. Jeder Punkt des Kreisrings liegt genau r vom Mittelpunkt entfernt. Eine weitere wichtige Strecke innerhalb des Kreises ist der Durchmesser d. W□hrend der Radius einmal vom Mittelpunkt zum Kreisrand reicht, ist der Durchmesser eine Strecke, der zwei Punkte d er Kreislinie miteinander verbindet und dabei durch den Mittelpunkt l□uft. Der Durchmesser ist somit immer doppelt so gro□ wie der Radius. Es gilt:

$$\begin{aligned} r = & \frac{d}{2} \quad \text{oder} \\ d = & 2r \end{aligned}$$

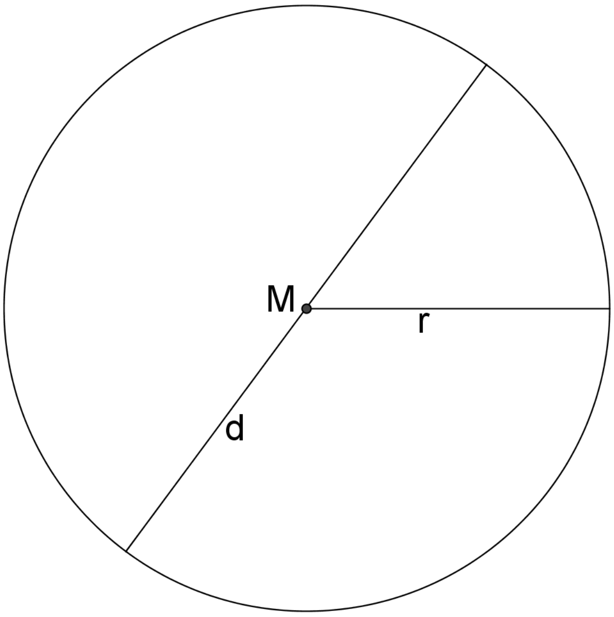

Abbildung 6: Ein Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r

Die Fläche eines Kreises wird mit

$$A = \pi * r^2 \quad \text{oder}$$
$$A = \pi * \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

und der Umfang mit

$$U = 2 * \pi * r \quad \text{oder}$$
$$U = \pi * d$$

berechnet.[1] Durch Umstellungen kommt man auf folgende Beziehungen aus der Flächenformel:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

und aus der Umfangsformel

$$r = \frac{U}{2 * \pi} \quad \text{bzw.}$$
$$r = \frac{U}{\pi}$$

[1] In den beiden „Standard“formeln $a = \pi * r^2$ und $U = 2 * \pi * r$ sind auf der rechten Seite beide Male die gleichen Elemente 2, π und r enthalten. Da die Fläche in beispielsweise cm^2 oder m^2 gemessen wird, muss in dieser Formel ein Quadrat vorkommen. Der Umfang - als Länge - darf hingegen kein Quadrat enthalten.